



TUGAS AKHIR - MO 141326

STUDI ANALITIK *VERTICAL* DAN *LATERAL BUCKLING*  
PADA *PIPELINE* DENGAN METODE HOBBS

MUHAMMAD MAKKI ROMADHONI

4310 100 005

Dosen Pembimbing

Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T, M.T, Ph. D

Herman Pratikno, S.T, M.T, Ph. D

JURUSAN TEKNIK KELAUTAN

FAKULTAS TEKNOLOGI KELAUTAN

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2017



FINAL PROJECT- MO 141326

## ANALITICAL STUDY OF VERTICAL AND LATERAL BUCKLING ON PIPELINE USING HOBBS METHOD

MUHAMMAD MAKKI ROMADHONI

4310 100 005

Supervisors :

Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T, M.T, Ph. D

Herman Pratikno, S.T, M.T, Ph. D

DEPARTMENT OF OCEAN ENGINEERING

FACULTY OF MARINE TECHNOLOGY

SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY

SURABAYA

2017

**STUDI ANALITIK *VERTICAL* DAN *LATERAL* BUCKLING PADA  
PIPELINE DENGAN METODE HOBBS**

**TUGAS AKHIR**

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat

Memperoleh Gelar Sarjana Teknik

Pada

Program Studi S-1 Jurusan Teknik Kelautan

Fakultas Teknologi Kelautan

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

**MUHAMMAD MAKKI ROMADHONI**

NRP. 4310100005

Disetujui Oleh :

1. Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T., M.T., Ph.D (Pembimbing 1)

2. Herman Pratikno, S.T., M.T., Ph.D (Pembimbing 2)

3. Ir. J. J. Soedjono, M.Sc (Penguji 1)

4. Dirta Marina Chamelia, S.T., M.T (Penguji 2)

Surabaya, Desember 2016

**STUDI ANALITIK *VERTICAL* DAN *LATERAL BUCKLING* PADA  
*PIPELINE* DENGAN METODE HOBBS**

**Nama Mahasiswa : Muhammad Makki Romadhoni**  
**NRP : 4310100005**  
**Jurusan : Teknik Kelautan – FTK ITS**  
**Dosen Pembimbing : Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T, M.T, Ph.D**  
**Herman Pratikno, S.T, M.T, Ph.D**

**ABSTRAK**

Offshore pipeline merupakan jalur pipa yang berfungsi sebagai sistem pendistribusian minyak dan gas bumi. Selama beroperasi pipa akan menerima beban tekanan internal dan beban termal dari fluida atau gas yang dialirkan hingga pipa mengalami buckling baik vertikal maupun lateral. Analisa numerik vertikal maupun lateral buckling ini menggunakan metode Hobbs pada koefisien friksi tinggi dan koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ) serta panjang buckling sebanyak 20 varian yang selanjutnya dilakukan perbandingan, dan juga perbandingan tegangan axial menggunakan DNV RP F110. Sehingga didapatkan hubungan kenaikan temperatur dengan panjang buckling dan amplitudo buckling. Data yang digunakan merupakan jaringan pipa gas Labuhan Maringgai-Muara Bekasi milik PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk., diantaranya diameter luar pipa = 0,8128 m, tebal plat = 0,015875 m, koefisien ekspansi linear thermal =  $11 \times 10^{-6}$  m/ $^{\circ}$ C, dll. Sehingga semakin tinggi koefisien friksi, temperatur meningkat hingga 13,4 %, panjang buckling berkurang hingga 13,4 %, dan tegangan axial ( $P_0$ ) meningkat hingga 12,95 %. Dalam perbandingannya, koefisien friksi tidak mempengaruhi panjang buckling pada vertical buckling. Hasil perbandingan dengan DNV RP F110, meningkatnya koefisien friksi akan meningkatkan tegangan axial ( $S_{eff}$ ) sebesar 0,00024 % dan hingga 13,4 % tegangan axial ( $P_0$ ) Hobbs.

**Kata Kunci :** *Pipeline, Buckling, Koefisien Friksi, Metode Hobbs, DNV RP F110.*

***ANALITICAL STUDY OF VERTICAL AND LATERAL BUCKLING ON  
PIPELINE USING HOBBS METHOD***

**Nama Mahasiswa : Muhammad Makki Romadhoni**  
**NRP : 4310100005**  
**Jurusan : Teknik Kelautan – FTK ITS**  
**Dosen Pembimbing : Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T, M.T, Ph.D**  
**Herman Pratikno, S.T, M.T, Ph.D**

**ABSTRACT**

Offshore pipeline is a pipelines that serves as the distribution system of oil and gas. During operation, the pipeline will receive loads of internal pressure and thermal loads of fluid or gas are supplied until the pipes has been vertical or lateral buckling. This numerical analysis of vertical and lateral buckling usisng Hobbs method on a high friction coefficient and the coefficient of friction ( $0.3 \leq \varphi \leq 0.7$ ) and also buckling length in 20 variants were will be comparisons, also axial pressures comparison using DNV RP F110. So we get the increase of temperature relation with the buckling lengths and buckling amplitude. The datas that used is a gas pipeline of Labuhan Maringgai-Muara Bekasi PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk. That are, outer diameter of the pipe = 0.8128 m, plate thickness = 0.015875 m, coefficient of thermal linear expansion =  $11 \times 10^{-6} \text{ m} / ^\circ\text{C}$ , etc. So if coefficient of friction is being higher, the temperature increase less than 13,4 %, the length of buckling decrease less than 13,4 %, and axial pressure increase less than 12,95 %. In those comparing, the coefficient of frictions does not affect to the lengths of buckling for the vertical buckling. The results of comparison with DNV RP F110, the increased of friction coefficients will increase axial pressure ( $S_{\text{eff}}$ ) to 0,00024 % and less than 13,4 % for Hobbs axial pressure ( $P_0$ ).

**Key Words :** *Pipeline, Buckling, Hobbs Method, DNV RP F110.*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya, sehingga penyusun dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan baik dan lancar. Tugas Akhir ini berjudul “**Studi Analitik *Vertical* dan *Lateral Buckling* pada *Pipeline* dengan Metode Hobbs**”.

Tugas Akhir ini disusun guna memenuhi persyaratan dalam menyelesaikan Studi Kesarjanaan (S-1) di Jurusan Teknik Kelautan, Fakultas Teknologi Kelautan (FTK), Institut Teknologi Sepuluh Nopember Suranaya (ITS). Tugas Akhir ini membahas mengenai hubungan antara koefisien friksi dan perbandingan antara *vertical buckling* dengan *lateral buckling* terhadap perubahan panjang *buckling* (L) dengan amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ) dan temperatur (T), serta perbandingan hasil antara menggunakan metode Hobbs dan menggunakan DNV RP F110.

Penyusun menyadari dalam penulisan ini masih memiliki banyak kekurangan, oleh karena itu penyusun sangat mengharapkan adanya kritik dan saran yang membangun dari para pembaca untuk penyusunan laporan selanjutnya yang lebih baik. Semoga laporan Tugas Akhir ini bermanfaat dan dapat memberikan wawasan yang baru bagi pembaca.

Surabaya, Desember 2016

Penyusun

## UCAPAN TERIMA KASIH

Selama penyusunan Tugas Akhir ini, penyusun mendapat banyak bantuan serta dorongan moral dari berbagai pihak. Sehingga pada kesempatan ini penyusun mengucapkan terima kasih kepada :

1. Allah SWT yang telah memberikan anugerah sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.
2. Keluarga yang selalu mencurahkan doa dan banyak memberikan dukungan (baik moril dan material) serta arahan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan kuliah serta Tugas Akhir ini dengan tepat waktu.
3. Bapak Dr. Eng. Rudi Walujo P, S.T, M.T selaku Ketua Jurusan Teknik Kelautan serta yang telah mengizinkan penulis untuk menyelesaikan dan memberikan kemudahan dalam pengerjaan Tugas Akhir.
4. Bapak Nur Syahroni, S.T, M.T selaku dosen wali yang selalu memberi semangat dan arahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Yoyok Setyo Hadiwidodo, S.T, M.T, Ph.D dan Bapak Herman Pratikno, S.T, M.T, Ph.D selaku dosen pembimbing yang telah membimbing, memberikan arahan dan kemudahan dalam pengerjaan dan penyelesaian Tugas Akhir ini.
6. Mbak Dian Febrian yang telah mengizinkan untuk menggunakan data penelitiannya dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.
7. Keluarga Beastudi Etos, yang telah memberi bantuan kuliah dan selalu mendukung pengembangan *softskill* penulis.
8. Lidya dan Rifky yang telah memberi tumpangan tempat tinggal dan kebutuhan sehari-hari sehingga Tugas Akhir ini dapat selesai.
9. Mas Ryan dan Tralala : Danis, Rizqi, Farah, Diani, Bilqis, yang selalu memberi dorongan untuk segera menyelesaikan Tugas Akhir ini.
10. Rozi dan Hasyim yang membantu dalam memberikan informasi, mengajari, dan membantu dalam administrasi ketika penulis berhalangan sehingga Tugas Akhir ini bisa selesai.
11. Teman-teman Megalodon yang selalu menyemangati dan memberi saran selama pengerjaan Tugas Akhir ini.

12. Teman-teman dan para dosen Akper Pemkab Lumajang yang selalu memberi semangat untuk segera menyelesaikan Tugas Akhir ini.
13. Pihak-pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu karena keterbatasan.



## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PENGESAHAN.....</b>	<b>iii</b>
<b>ABSTRAK.....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>vi</b>
<b>UCAPAN TERIMA KASIH.....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR NOTASI.....</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN.....</b>	<b>xix</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan.....	2
1.4 Manfaat.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	3
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI.....</b>	<b>5</b>
2.1 Tinjauan Pustaka.....	5
2.2 Dasar Teori.....	6
2.2.1 Sistem Perpipaan.....	6
2.2.2 Teori Dasar Tegangan Pipa.....	8
2.2.3 Teori Lenturan Murni.....	9
2.2.4 Pembatasan Persamaan Euler.....	11
2.2.5 Teori <i>Buckling</i> Hobbs.....	12
2.2.5.1 Analisis <i>Vertical Buckling</i> .....	13
2.2.5.2 Analisis <i>Lateral Buckling</i> .....	15
2.2.6 Teori <i>Buckling</i> berdasarkan DNV-RP-F110.....	19

2.2.6.1 Analisis <i>Vertical Buckling</i> .....	20
2.2.6.2 Analisis <i>Lateral Buckling</i> .....	21
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>23</b>
3.1 Metode Penelitian.....	23
3.2 Prosedur Penelitian.....	24
3.2.1 Studi Literatur.....	24
3.2.2 Pengumpulan Data.....	24
3.2.3 Mengolah Data.....	24
3.2.3.1 Metode Hobbs.....	24
3.2.3.2 DNV RP F110.....	25
3.2.4 Analisis dan Pembahasan.....	25
3.2.5 Kesimpulan.....	26
<b>BAB IV ANALISA DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>27</b>
4.1 Data-Data.....	27
4.1.1 Data Pipa.....	27
4.1.2 Data Coating.....	28
4.1.3 Data Concrete.....	28
4.2 Menentukan Cross Section Area.....	28
4.3 Menentukan Massa dan Berat Pipa.....	28
4.4 Analisis Vertical Buckling dengan Metode Hobbs.....	29
4.4.1 Analisa Vertical Buckling pada Koefisien Friksi Tinggi.....	29
4.4.1.1 Menghitung Nilai Panjang Buckling Minimum (L).....	29
4.4.1.2 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum.....	30
4.4.2 Analisa Vertical Buckling pada Koefisien Friksi Sesungguhnya..	32
4.4.2.1 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,3$ )....	33
4.4.2.2 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,04$ )...	33

4.4.2.3	Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,05$ )...	33
4.4.2.4	Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,06$ )...	34
4.4.2.5	Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,07$ )...	34
4.4.3	Grafik Hubungan Panjang Buckling ( $xL$ ) terhadap Perubahan Temperatur ( $T$ ) pada Setiap Koefisien Friksi.....	35
4.5	Analisis Lateral Buckling dengan Metode Hobbs.....	36
4.5.1	Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Tinggi (Mode Infinite) .....	37
4.5.1.1	Menghitung Nilai Panjang Buckling Minimum ( $L$ ).....	37
4.5.1.2	Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Setiap Koefisien Friksi.....	38
4.5.2	Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 1) .....	41
4.5.3	Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 2) .....	45
4.5.4	Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 3) .....	49
4.5.5	Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 4) .....	53
4.6	Perbandingan Hasil dari Metode Hobbs pada <i>Vertical Buckling</i> dengan <i>Lateral Buckling</i> .....	57
4.7	Perbandingan Hasil dengan DNV RP F110.....	59
4.7.1	Vertical Buckling menggunakan DNV RP F110.....	59
4.7.2	Lateral Buckling menggunakan DNV RP F110.....	60
4.7.3	Perbandingan Hasil Menggunakan Metode Hobbs dengan DNV RP F110.....	61
4.7.3.1	Vertical Buckling.....	61
4.7.3.2	Lateral Buckling.....	62

<b>BAB V.....</b>	<b>63</b>
5.1 Kesimpulan.....	63
5.2 Saran.....	64
 <b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>65</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> (Hobbs, 1981).....	19
Tabel 4.1. Hasil perhitungan cross section area.....	28
Tabel 4.2. Hasil perhitungan massa pada pipa.....	29
Tabel 4.3. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> mode infinite (Hobbs, 1981)....	37
Tabel 4.4. Nilai panjang buckling minimum ( $L_{min}$ ) pada setiap koefisien friksi.....	38
Tabel 4.5. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> mode 1 (Hobbs, 1981).....	42
Tabel 4.6. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> mode 2 (Hobbs, 1981).....	46
Tabel 4.7. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> mode 3 (Hobbs, 1981).....	50
Tabel 4.8. Konstanta untuk <i>lateral buckling</i> mode 4 (Hobbs, 1981).....	54
Tabel 4.9. Nilai tegangan axial efektif ( $S_{eff}$ ) pada vertical buckling.....	59
Tabel 4.10. Nilai panjang buckling minimum (L) untuk lateral buckling.....	60

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Ilustrasi <i>offshore pipeline</i> (Soegiono, 2007).....	5
Gambar 2.2. <i>Local Buckling</i> : (a) <i>Collapse</i> , (b) <i>Propagation buckle</i> (Douglas, 2005).....	7
Gambar 2.3. <i>Global buckling</i> pada <i>vertical buckling</i> (Suryanto, 2014).....	7
Gambar 2.4. Arah gaya pada pipa (Rakhmadi, 2014).....	8
Gambar 2.5. Suatu balok dengan lenturan murni (Popov, 1984).....	9
Gambar 2.6. Diagram benda bebas untuk kolom berdefleksi (Popov, 1984).....	11
Gambar 2.7. <i>Vertical buckling</i> (Hobbs, 1981).....	12
Gambar 2.8. <i>Lateral buckling (snake mode)</i> (Hobbs, 1981).....	13
Gambar 2.9. Distribusi tegangan pada <i>vertical buckling</i> (Hobbs, 1981).....	14
Gambar 2.10. Bentuk <i>lateral buckling</i> (Hobbs, 1981).....	16
Gambar 2.11. Mekanisme penyebab dalam global buckling (DNV RP F110, 2007).....	19
Gambar 2.12. Ilustrasi tegangan aksial efektif pada perubahan temperatur dan perbedaan tekanan internal (DNV RP F110, 2007).....	20
Gambar 3.1. Diagram alur pengerjaan tugas akhir.....	23
Gambar 3.2. Diagram alur pengerjaan tugas akhir (lanjutan).....	24
Gambar 4.1. Lokasi jaringan pipa offshore PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk (PGN, 2012).....	27
Gambar 4.2. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) akibat dari perubahan temperatur ( $T$ ).....	31
Gambar 4.3. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).....	32
Gambar 4.4. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap varian temperatur ( $T$ ).....	35
Gambar 4.5. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).....	36

Gambar 4.6. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.....	39
Gambar 4.7. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.....	40
Gambar 4.8. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.....	41
Gambar 4.9. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.....	43
Gambar 4.10. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.....	410
Gambar 4.11. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.....	45
Gambar 4.12. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.....	47
Gambar 4.13. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.....	48
Gambar 4.14. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.....	49
Gambar 4.15. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.....	51
Gambar 4.16. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.....	52

Gambar 4.17. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.....	53
Gambar 4.18. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.....	55
Gambar 4.19. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.....	56
Gambar 4.20. Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.....	57
Gambar 4.21. Vertical buckling (Hobbs, 1981).....	58
Gambar 4.22. Bentuk <i>lateral buckling</i> mode 1 (Hobbs, 1981).....	58
Gambar 4.23. Grafik hubungan panjang buckling ( $L$ ) terhadap tegangan efektif DNV RP F110.....	61



## DAFTAR NOTASI

$A$	= Luas penampang pipa ( $m^2$ )
$A_{coat}$	= Luas penampang mantel ( $m^2$ )
$A_{concrete}$	= Luas penampang concrete ( $m^2$ )
$A_e$	= Luas penampang eksternal ( $m^2$ )
$A_i$	= Luas penampang internal ( $m^2$ )
$\alpha$	= Koefisien ekspansi linear thermal ( $m/^{\circ}C$ )
$c$	= Konstanta
$\delta$	= Propagasi imperfection
$\sigma_{max}$	= Tegangan maksimal ( $N/m^2$ )
$E$	= Modulus elastisitas (Pa)
$E_{concrete}$	= Modulus elastisitas concrete (Pa)
$\varepsilon$	= Regangan bebas axial
$f_L$	= gaya angkat hidrodinamik maksimum per satuan panjang (N/m)
$f_L^{BE}$	= Best Estimate resisten lateral tanah
$f_L^{LB}$	= Lower Bound tegangan lateral resisten tanah
$f_D$	= gaya drag hidrodinamik maksimum per satuan panjang (N/m)
$H$	= Residual tegangan axial dari peletakan
$I$	= Momen Inersia ( $kgm^2$ )
$K$	= Konstanta euler
$K_1, K_2, K_3, K_4$	= Konstanta lateral buckling
$L$	= Panjang buckling (m)
$L_{min}$	= Panjang buckling minimum (m)
$L_s$	= Panjang pipa berdekatan buckling (m)
$M$	= Momen luar (Nm)
$M_{max}$	= Momen bending maximal (Nm)
$M_{pipa}$	= Massa pipa dalam setiap meter (Kg/m)
$M_{coat}$	= Massa mantel dalam setiap meter (Kg/m)
$M_{concrete}$	= Massa concrete dalam setiap meter (Kg/m)
$N$	= Tegangan aksial (N) pada DNV RP F110

OD	= Diameter luar pipa (m)
P	= Tegangan axial pada buckling (Pa)
$p_e$	= Tegangan eksternal (Pa) pada DNV RP F110
$p_i$	= Tegangan internal (Pa) pada DNV RP F110
$P_{cr}$	= Tegangan kritis (Pa)
$P_0$	= Tegangan axial yang menjauh dari buckling (Pa)
$\rho_{\text{pipa}}$	= Density pipa (Kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_{\text{coat}}$	= Density mantel (Kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_{\text{concrete}}$	= Density concrete (Kg/m <sup>3</sup> )
$\phi$	= Koefisien friksi tanah
r	= Jari-jari (m)
$R_{\text{max}}$	= Total resistance
$S_{\text{eff}}$	= Tegangan efektif (Pa) pada DNV RP F110
$S_{\infty}$	= Tegangan efektif mode infinite (Pa) pada DNV RP F110
$T_{\text{coat}}$	= mantel korosi luar pipa (m)
$t_{\text{concrete}}$	= Tebal concrete (Kg/m <sup>3</sup> )
$t_{\text{pipa}}$	= Tebal pipa (m)
$\nu$	= Rasio Poisson
w	= Berat pipa saat operasi
$w_0$	= Berat pipa saat instalasi (N)
$w_p$	= Berat pipa saat operasi (N)
y	= Amplitudo buckling (m)
$y_{\text{max}}$	= Amplitudo buckling maximal (m)
$y'_{\text{max}}$	= Slope maximum (m)

## **DAFTAR LAMPIRAN**

**LAMPIRAN A** HASIL PERHITUNGAN VERTICAL BUCKLING

**LAMPIRAN B** HASIL PERHITUNGAN LATERAL BUCKLING

**LAMPIRAN C** HASIL PERHITUNGAN TEGANGAN AXIAL

LATERAL BUCKLING MENGGUNAKAN DNV RP  
F110

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Offshore pipeline merupakan sebuah jalur pipa yang berfungsi sebagai sistem pendistribusian minyak dan gas bumi yaitu menerima aliran fluida dari fasilitas offshore ataupun mengalirkan fluida dari fasilitas onshore ke fasilitas onshore lainnya. Pipelines digunakan untuk berbagai maksud dalam pengembangan sumber daya hidrokarbon di lepas pantai, termasuk pipa transportasi untuk ekspor, pipa penyalur untuk mengangkut produksi dari suatu platform ke pipa ekspor (Soegiono, 2007).

Proses pengambilan minyak dan gas bumi di lepas pantai dengan menggunakan pipeline telah banyak memberikan keuntungan terhadap industri energi pada kurun waktu puluhan tahun belakangan ini. Tetapi biaya kegagalan yang terjadi pada struktur pipa juga sangat tinggi, tidak hanya untuk perbaikan tetapi juga saat melakukan produksi. Salah satu kegagalan yang sering terjadi yaitu *buckling*. Kegagalan ini merupakan deformasi tekukan yang terjadi baik pada dinding pipa maupun pada seluruh bagian pipa. Kejadian ini biasanya disebabkan selama instalasi dan modifikasi atau perbaikan pipa bawah laut. Selain itu, *buckling* juga dapat terjadi saat kondisi operasi. Dalam jurnal Teknik Sipil ITB (Tawekal, 2004) mengatakan lengkungan awal pada pipa penyalur yang terpasang bisa terjadi,

1. Akibat ketidakrataan permukaan dasar perairan atau adanya rintangan yang menonjol.
2. Kombinasi dari kenaikan temperatur saat operasional, dan
3. Gaya resistant tanah yang menghasilkan gaya tekan aksial efektif pada pipa.

Gaya aksial efektif yang bekerja pada pipa penyalur yang mempunyai lengkungan awal ini akan menimbulkan gaya tekan vertikal dan lateral pipa terhadap lapisan tanah. Jika gaya tahanan tanah tidak cukup besar untuk menahan gaya dorongan yang disebabkan pipa maka pipa tersebut akan membentuk lekukan sebagai hasil dari deformasi akibat ekspansi termal.

Selama pipa beroperasi maka pipa akan menerima beban tekanan internal dan beban termal dari fluida atau gas yang dialirkan oleh jaringan pipa tersebut. Beban yang ditanggung oleh suatu sistem pipeline akan menyebabkan pipa berada dalam kondisi tegang. Seperti yang diketahui, material pipa juga memiliki ketahanan terhadap tegangan sehingga pada akhirnya akan mengalami kegagalan.

Penelitian ini menganalisis *buckling* yang terjadi secara vertikal dan lateral pada pipeline menggunakan metode Hobbs. Proses analisis ini dilakukan secara numerik maka akan didapatkan nilai dari hubungan antara kenaikan temperatur dengan panjang *buckling* dan amplitudo *buckling*. Sehingga akan diketahui perbandingan nilai dari vertikal *buckling* dengan lateral *buckling*. Selanjutnya sebagai metode pembanding metode Hobbs, dilakukan perbandingan hasil dengan DNV RP F110.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, dapat diangkat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hubungan antara koefisien friksi terhadap perubahan panjang *buckling* ( $L$ ), amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ) dan temperatur ( $T$ )?
2. Bagaimana perbandingan antara *vertical buckling* dengan *lateral buckling* terhadap perubahan panjang *buckling* ( $L$ ), amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ), dan temperatur ( $T$ )?
3. Bagaimana perbandingan hasil antara menggunakan metode Hobbs dan menggunakan DNV RP F110?

## 1.3 Tujuan

Penelitian ini bertujuan:

1. Menghitung nilai hubungan antara koefisien friksi terhadap perubahan panjang *buckling* ( $L$ ) dengan amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ) dan temperatur ( $T$ ).
2. Menganalisis perbandingan antara *vertical buckling* dengan *lateral buckling* terhadap perubahan panjang *buckling* ( $L$ ), amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ), dan temperatur ( $T$ ).

3. Menghitung perbandingan hasil antara menggunakan metode Hobbs dan menggunakan DNV RP F110.

#### **1.4 Manfaat**

Manfaat tugas akhir ini yaitu memberikan pemahaman tentang hubungan panjang *buckling* ( $L$ ) dengan amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ) dan temperatur ( $T$ ) yang terjadi pada pipeline dengan metode Hobbs, serta perbandingan yang terjadi pada *vertical buckling* dan *lateral buckling*, dan juga perbandingan hasil dengan DNV RP F110.

#### **1.5 Batasan Masalah**

1. Material diasumsikan linear elastik.
2. Analisis menggunakan perhitungan numerik dengan metode Hobbs.
3. Pengaruh eksternal pipa tidak diperhitungkan.
4. Pipa yang dianalisis adalah milik PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk. yaitu pada jaringan pipa gas Labuhan Maringgai-Muara Bekasi.
5. Koefisien ekspansi termal linear diasumsikan  $11 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ .
6. Koefisien Friksi diasumsikan  $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ .
7. Akibat korosi tidak diperhitungkan.

#### **1.6 Sistematika Penulisan**

Berikut ini merupakan sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir, sebagai berikut:

##### **BAB I PENDAHULUAN**

Bab ini terdiri dari latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan, manfaat, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

##### **BAB II TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI**

Bab ini menjelaskan tinjauan pustaka yang menjadi acuan dalam tugas akhir, dasar teori, rumus-rumus, dan aturan yang digunakan dalam tugas akhir ini.

### **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam mengerjakan tugas akhir ini yang digambarkan dalam diagram alir penelitian.

### **BAB IV ANALISA DAN PEMBAHASAN**

Bab ini berisi proses analisa dan pembahasan berdasarkan data-data yang ada untuk mencapai tujuan dari penelitian tugas akhir ini.

### **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**

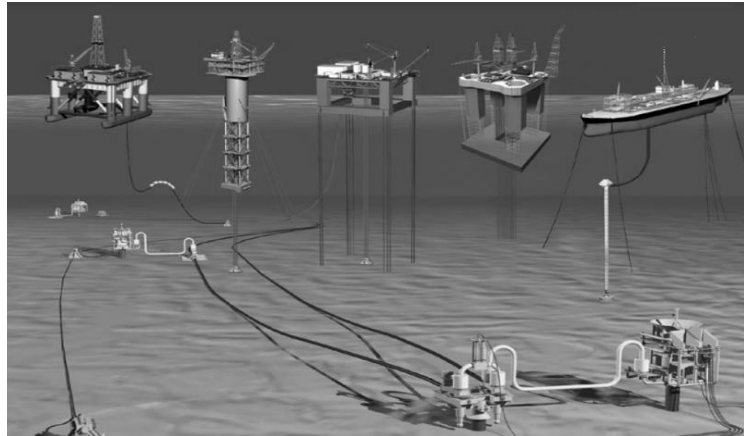
Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil analisa dan pembahasan tugas akhir ini.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

#### 2.1 Tinjauan Pustaka

Pipeline didefinisikan sebagai alat untuk mengalirkan fluida cair dan gas dari satu atau beberapa titik ke satu atau beberapa titik lainnya. Offshore pipeline merupakan pipeline yang berlokasi di laut biasanya untuk mendistribusikan antar platform dan antar pulau.



**Gambar 2.1** Ilustrasi *offshore pipeline* (Soegiono, 2007).

Penggunaan pipa bawah laut merupakan salah satu cara efektif dan efisien untuk melakukan distribusi fluida cair dan gas. Tetapi, kegagalan pada struktur pipa seperti *buckling* juga perlu diperhatikan karena membutuhkan biaya yang cukup besar dalam perbaikannya. Pada kondisi operasi, *buckling* pada pipa sering terjadi tekanan aksial efektif pada pipa akibat kombinasi kenaikan temperatur saat operasional.

Sebenarnya, telah banyak penelitian yang telah dilakukan mengenai *buckling* yang terjadi pada pipa. Besar tegangan yang terjadi pada pipa menjadi hal yang disoroti dalam pembahasan tugas akhir Rosyid (2015), dengan variasi *radius curvature* pada stinger dan kedalaman laut. Tetapi analisis tersebut dilakukan pada kondisi instalasi. Selain itu Ruowei Shi, dkk (2013) telah membahas tentang pengaruh dasar laut yang rata dan tidak rata terhadap *vertical buckling*. Begitu juga Xiaodi dan Xiaoxian (2012) telah membahas tentang pengaruh perbedaan temperatur pada pipeline selama



operasi terhadap *lateral buckling*. Dalam jurnal tersebut juga menjelaskan bahwa koefisien friksi berpengaruh besar pada karakteristik *lateral buckling*.

## 2.2 Dasar Teori

### 2.2.1 Sistem Perpipa

Dalam pembuatan atau perancangan pipeline terdapat banyak faktor yang harus dipertimbangkan, seperti jumlah dan sifat fluida yang dialirkan, panjang pipeline, area/wilayah yang dilalui, dan batasan pada lingkungan. Untuk menghasilkan suatu sistem tranmisi pipeline yang optimum, diperlukan kajian teknik (*engineering*) dan ekonomi yang cukup kompleks untuk menentukan diameer, material, tebal, rute pipeline, termasuk perangkat-perangkat tambahan yang harus dimiliki sistem pipa untuk mengurangi resiko kegagalan. Dari segi kajian teknik terdiri dari beberapa aspek:

#### 1. Ukuran Pipeline (*Pipeline Sizing*)

Ukuran pipeline (diameter) ditentukan oleh kriteria hidrolis sistem fluida yang disalurkan.

#### 2. Ketebalan Pipa (*wall thickness*)

Tujuan dari desain ketebalan pipa adalah menentukan tebal pipa nominal dan toleransi yang digunakan dalam proses desain pipeline.

#### 3. Material

Hal ini perlu ditentukan karena berpengaruh terhadap karakteristik pipeline, yaitu ketebalan pipa, sifat fluida kerja yang masih diijinkan untuk disalurkan, dan metode penyambungan linepipe menjadi pipeline.

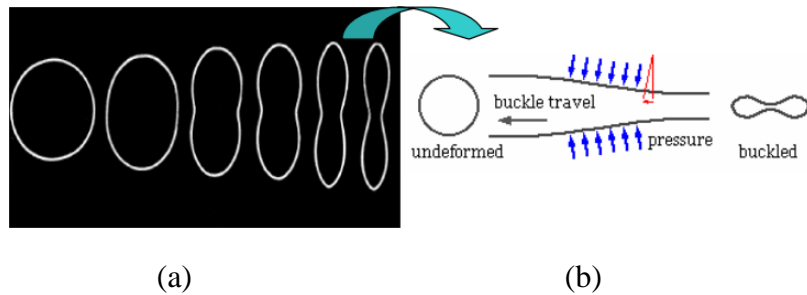
#### 4. *Buckling*

Terdapat dua jenis *buckling*, yaitu *local buckling* dan *global buckling*.

##### a. *Local Buckling*

*Local buckling* menyatakan deformasi plastis pada penampang pipa, yang disebabkan oleh tekanan eksternal maupun karena kombinasi tekanan eksternal dengan *bending*. Terjadinya

*collapse* (penyok) ini bisa terus merambat di sepanjang pipa. Hal ini yang disebut dengan *propagating buckling*.



**Gambar 2.2.** *Local Buckling* : (a) *Collapse*, (b) *Propagation buckle* (Douglas, 2005).

#### b. *Global Buckling*

*Global buckling* adalah defleksi berlebihan yang terjadi pada keseluruhan pipeline. Terdapat tiga jenis *global buckling*, yaitu: *upheaval buckling*, *lateral buckling*, dan *downward pada freespan*.



**Gambar 2.3.** *Global buckling pada vertical buckling* (Suryantoro, 2014).

#### 5. Tegangan (*Stress*)

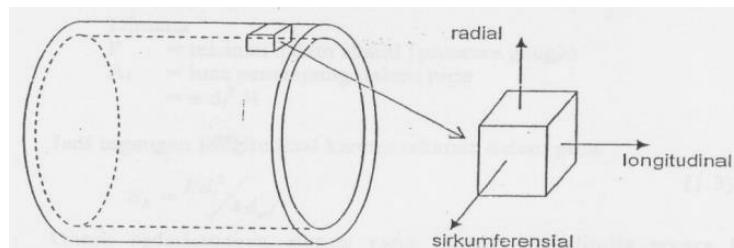
Tegangan pada pipeline terjadi akibat beban-beban statis dan beban dinamik. Beban statis terdiri dari berat pipa, berat pelapis pipa (*coating*), berat alat-alat yang terpasang pada pipa, serta beban operasi seperti tekanan fluida dan perubahan temperatur operasi.

Selain itu terdapat beban dinamik yang dapat berasal dari aktivitas alam seperti angin dan gempa.

### 2.2.2 Teori Dasar Tegangan Pipa

Sebuah pipa dinyatakan rusak atau gagal jika tegangan dalam yang terjadi pada pipa melebihi tegangan batas material yang diijinkan. Tegangan dalam yang terjadi pada pipa disebabkan oleh tekanan dari dalam pipa, beban luar seperti berat mati dan pemuaian termal, dan bergantung pada bentuk geometri pipa serta jenis material pipa. Sedangkan tegangan batas lebih banyak ditentukan oleh jenis material dan metode produksinya.

Tegangan adalah besaran vektor yang selain memiliki nilai, juga memiliki arah. Nilai dari tegangan didefinisikan sebagai gaya ( $F$ ) per satuan luas ( $A$ ). Untuk mendefinisikan arah pada tegangan pipa, sebuah sumbu prinsipal pipa dibuat saling tegak lurus seperti terlihat pada gambar di bawah ini:



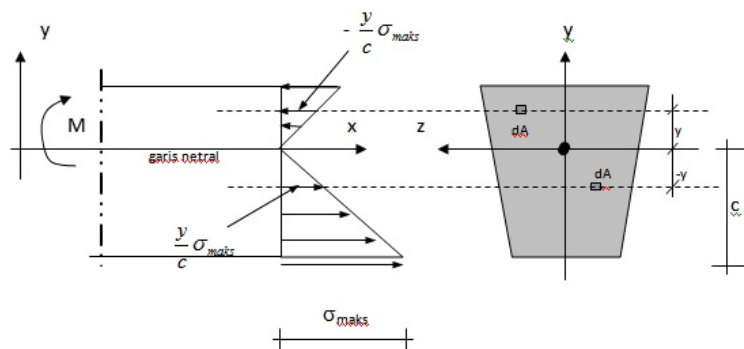
**Gambar 2.4.** Arah gaya pada pipa (Rakhmadi, 2014).

Sumbu ini terletak di bidang tengah dinding pipa dan salah satu arahnya yang sejajar dengan panjang pipa disebut *sumbu longitudinal*. Sumbu yang tegak lurus terhadap dinding pipa dengan arah bergerak dari pusat menuju luar pipa disebut *sumbu radial*. Sumbu yang sejajar dengan dinding pipa tapi tegak lurus dengan sumbu aksial disebut sumbu *tangensial* atau *circumferensial*.

### 2.2.3 Teori Lenturan Murni

Sebagai dasar untuk membahas tentang defleksi, teori lenturan murni balok telah menjelaskan hubungan antara momen lentur dalam dengan tegangan yang dihasilkannya pada sebuah balok. Pada teori ini gaya yang bekerja pada sebuah balok diandaikan berada dalam keadaan tetap (*steady*) dan diberikan kepada balok tanpa kejutan atau tabrakan. Balok yang mempunyai penampang konstan (*steady*) dengan sebuah sumbu simetri hanya balok lurus. Dalam hipotesa yang diambil dalam teori lenturan yang berdasarkan perubahan geometri, telah dinyatakan bahwa:

1. Irisan bidang melalui sebuah balok yang ditarik tegak lurus pada sumbunya, akan tetap merupakan bidang setelah balok tersebut dihadapkan pada lenturan. Tetapi yang semula saling sejajar akan menjadi tidak sejajar lagi karena regangan-regangan dalam serat-seratnya akan berubah secara linear atau langsung dengan jarak tertentu dari permukaan netral.
2. Hukum Hooke berlaku untuk masing-masing individu dari serat yaitu tegangan sebanding dengan regangan. Sehingga perubahan linear dari tegangan merupakan akibat perubahan linear dari regangan dan kesebandingan tegangan terhadap regangan.



**Gambar 2.5.** Suatu balok dengan lenturan murni (Popov, 1984).

Berdasarkan gambar di atas, segmen balok harus dalam keadaan seimbang, maka jumlah gaya dalam arah x secara horizontal harus nol, yaitu  $\sum F_x = 0$ . Jadi,

$$\int_A \left(-\frac{y}{c} \sigma_{max}\right) dA = 0 \quad (1)$$

Dimana tanda huruf A integral menunjukkan bahwa penjumlahan tersebut haruslah dilakukan pada seluruh daerah pemapang dari balok. Tetapi pada irisan harga  $\sigma_{max}$  dan  $c$  adalah konstan, jadi integral dapat ditulis sebagai berikut:

$$-\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y dA = 0 \quad (2)$$

Karena tegangan  $\sigma_{max}$  maupun  $c$  tidak mungkin nol, maka  $\int_A y dA = yA = 0$ . Karena  $A$  tidak mungkin nol, maka  $y$  harus menjadi nol. Kemudian momen luar M mendapat perlawanan dan adalah sama dengan momen lentur dalam yang dibentuk oleh tegangan lentur pada suatu irisan. Maka secara matematis, diperoleh persamaan:

$$M = \int_A \left(-\frac{y}{c} \sigma_{max}\right) dA \quad y = -\frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y^2 dA \quad (3)$$

Dimana sama dengan sebelumnya  $\frac{\sigma_{max}}{c}$  konstan. Integral  $\int_A y^2 dA$  hanya tergantung pada sifat geometris daerah irisan penampang yang disebut momen inersia (I), sehingga,

$$M = -\frac{\sigma_{max}}{c} I \quad \text{atau} \quad \sigma_{max} = -\frac{Mc}{I} \quad (4)$$

Tanda tegangan normal dapat dihilangkan karean setiap irisan tegangan normal harus bertindak berlawanan dengan momen lentur. Sehingga dapat persamaan rumus lenturan balok dapat ditulis sebagai berikut,

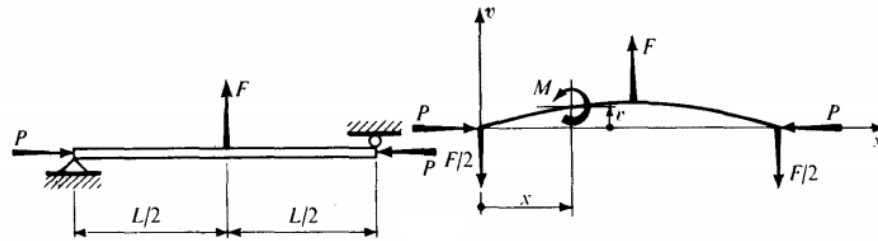
$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} \quad (5)$$

Rumus tersebut memberikan tegangan *normal maksimum* dengan  $M$  adalah momen lentur (Nm). Maka tegangan normalnya,

$$\sigma_{max} = -\frac{My}{I} \quad (6)$$

#### 2.2.4 Pembatasan Persamaan Euler

Teori Euler menurunkan salah satu rumus kolom yang populer. Kolom dengan beban konsentris yang semula lurus dan semua seratnya tetap elastis hingga tekuk terjadi akan mengalami lengkung yang kecil (Salmon dalam Irawan, 2014).



**Gambar 2.6.** Diagram benda bebas untuk kolom berdefleksi (Popov, 1984).

Dengan sifat bahan tetap dalam keadaan elastis linear, maka beban kritis Euler untuk kolom yang bersendi di kedua ujungnya ( $K=1$ ) dan  $I = Ar^2$ , dimana  $A$  merupakan luas penampang dan  $r$  jari-jari gilasnya (*radius gyration*). Maka dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 EAr^2}{L^2} \quad \text{Atau} \quad \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (7)$$

Dimana tegangan kritis  $\sigma_{cr}$  untuk kolom didefinisikan sebagai  $\frac{P_{cr}}{A}$ , yaitu sebagai tegangan rata-rata terhadap luas penampang  $A$  dari kolom pada beban kritis  $P_{cr}$ . Panjang kolom adalah  $L$  dan  $r$  adalah jari-jari girasi terkecil dari luas penampang karena rumus Euler yang asli dinyatakan dalam bentuk  $I$  yang minimum. Perbandingan  $L/r$  dari panjang kolom terhadap jari-jari girasi yang terkecil disebut

perbandingan kerampingan (slenderness ratio) dari kolom. Tetapi tidak ada faktor keamanan yang terdapat dalam persamaan di atas.

### 2.2.5 Teori *Buckling* Hobbs

Kegagalan *buckling* pada pipa selama operasi terjadi akibat gaya axial yang disebabkan oleh banyak faktor. Dari banyak faktor yang ada, terdapat dua penyebab utama yang menghasilkan tegangan pada pipa saat operasi yaitu variasi temperatur dan tegangan internal, sehingga akan mempengaruhi gaya friksi antara pipa dengan permukaan dasar laut. Secara sederhana, tegangan ( $P_0$ ) yang terjadi akibat perubahan temperatur dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$P_0 = EA\alpha T \quad (8)$$

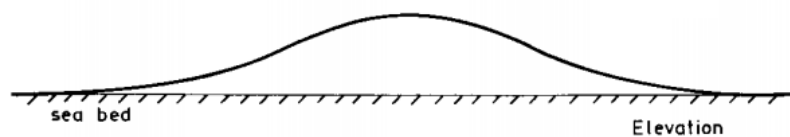
Regangan bebas axial ( $\varepsilon$ ) disebabkan oleh perbedaan tegangan positif  $p$  sepanjang dinding pipa (tipis) dengan tegangan hoop pada pipa

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left( \frac{pr}{2t} - \nu \frac{pr}{t} \right) \quad (9)$$

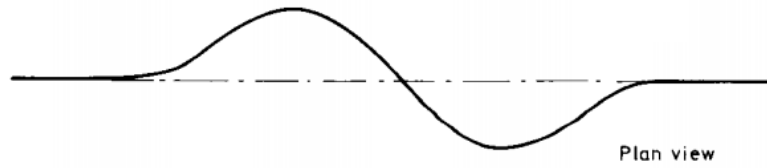
Dimana  $\nu$  merupakan rasio Poisson. Jika regangan bebas axial ( $\varepsilon$ ) terkontrol, maka tegangan axial yang menyebabkan *buckling* menjadi,

$$P_0 = EA\varepsilon = \frac{Apr}{t} (0,5 - \nu) \quad (10)$$

Dalam teori *buckling*, terdapat dua model *buckling* yang terjadi akibat tegangan, yaitu *vertical buckling* dan *lateral buckling*.



**Gambar 2.7.** *Vertical buckling* (Hobbs, 1981).



**Gambar 2.8.** *Lateral buckling (snake mode)* (Hobbs, 1981).

### 2.2.5.1 Analisis Vertical Buckling

Pada analisis ini diasumsikan moment *bending* pada point *lift-off* adalah nol dan pada *slope* kecil. Sehingga, persamaan Hobbs untuk menentukan defleksi buckling pada pipa, sebagai berikut:

$$y'' + n^2 y + \frac{m}{8} (4x^2 - L^2) = 0 \quad (11)$$

Dimana  $m = w/EI$  dan  $n^2 = P/EI$ , dengan solusi sebagai berikut,

$$y = \frac{m}{n^4} \left( -\frac{\cos nx}{\cos\left(\frac{nL}{2}\right)} - \frac{n^2 x^2}{2} + \frac{n^2 L^2}{8} + 1 \right) \quad (12)$$

Panjang buckling yang tidak diketahui ( $L$ ) kemudian ditentukan dari kondisi dimana slope harus bernilai nol. Sehingga,

$$\tan \frac{nL}{2} = \frac{nL}{2} \quad (13)$$

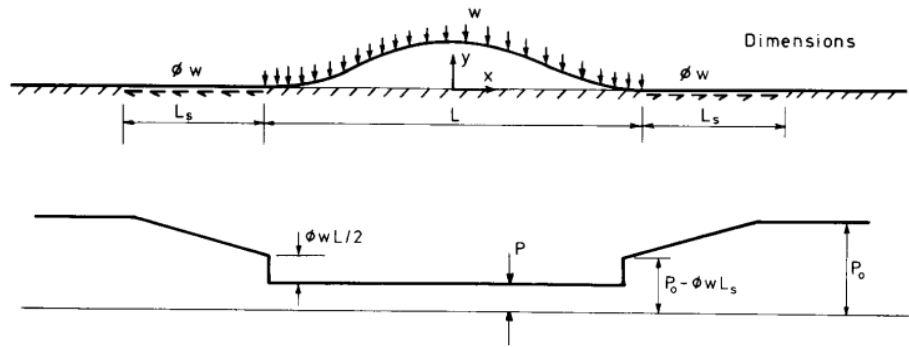
Atau akar terendahnya,

$$nL = 8,9868 \quad (14)$$

Selanjutnya membandingkan axial load ( $P$ ) pada *buckling* dengan axial load ( $P_0$ ) yang jauh dari *buckling*. Axial load ( $P$ ) tentu saja lebih kecil dari pada axial load ( $P_0$ ) karena



panjang tambahan mengelilingi perbandingan buckling dengan  $L$ . Keadaan distribusi yang terputus pada setiap ujungnya disatukan dengan reaksi vertikal terpusat yang terjadi yaitu  $0,5wL$ . Berikut ini gambaran distribusi tegangan axial *vertical buckling* pada pipa,



**Gambar 2.9.** Distribusi tegangan pada *vertical buckling* (Hobbs, 1981).

Sehingga persamaan tegangan ( $P$ ) yang sesuai dengan ilustrasi di atas dapat ditentukan sebagai berikut,

$$P = 80,76EI/L^2 \quad (15)$$

Dengan tegangan axial ( $P_0$ ),

$$P_0 = P + \frac{wL}{EI} [1,597 \times 10^{-5} EA \phi w L^5 - 0,25(\phi EI)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Sehingga didapatkan amplitudo maksimum *buckling* sebagai berikut,

$$y_{max} = 2,408 \times 10^{-3} \frac{wL^4}{EI} \quad (17)$$

Dan maksimum bending moment terjadi pada  $x = 0$ , yaitu

$$M_{max} = 0,06938wL^2 \quad (18)$$

Sedangkan slope maksimum didapatkan dari turunan pertama dari amplitudo maksimum yaitu,

$$y'_{max} = 8,657 \times 10^{-3} \frac{wL^3}{EI} \quad (19)$$

Hasil akhir ini berguna untuk memastikan asumsi slope kecil pada kasus numerik khusus, secara konvensional  $\dot{y}' \leq 0,1$  untuk slop kecil. Kemudian menentukan ukuran panjang pipa ( $L_s$ ) yang berdekatan dengan *buckling*,

$$L_s = \frac{P_0 - P}{\phi w} - 0,5L \quad (20)$$

Sehingga untuk panjang vertical buckling saja yaitu,

$$L + 2L_s = \frac{2(P_0 - P)}{\phi w} \quad (21)$$

Sedangkan persamaan tegangan axial ( $P_0$ ) dapat di bandingkan dengan hasil untuk koefisien friksi yang sangat besar (sehingga  $L_s = 0$ )

$$P_0 = 80,76 \frac{EI}{L^2} + 1,597 \times 10^{-5} \frac{w^2 AEL^6}{(EI)^2} \quad (22)$$

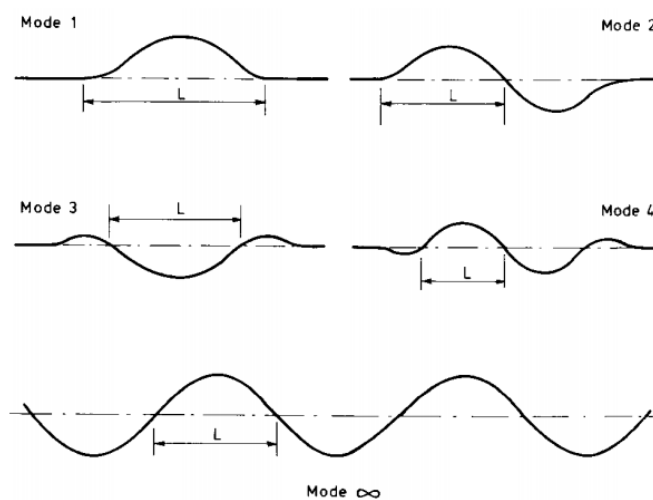
Pada persamaan tersebut, dapat menghasilkan nilai minimum yaitu pada

$$L_{min} = \left( \frac{1,6856 \times 10^6 (EI)^3}{w^2 AE} \right)^{0,125} \quad (23)$$

#### 2.2.5.2 Analisis *Lateral Buckling*

Pada **Gambar 2.8**, terlihat bahwa bentuk *lateral buckling* menyerupai kurva sinus, dimana terdapat puncak dan

lembah gelombang yang melewati titik pusat kesetimbangan. Tidak hanya itu saja, bentuk *lateral buckling* juga ada yang menyerupai *vertical buckling* seperti yang terlihat pada *Mode 1*, **Gambar 2.10**, sehingga untuk bentuk yang sama tersebut dapat diasumsikan bahwa koefisien friksi lateral sama dengan koefisien friksi untuk pergerakan secara axial pada panjang pipa ( $L_s$ ) yang berdekatan. Berikut ini, beberapa gambar bentuk yang terjadi pada *lateral buckling*,



**Gambar 2.10.** Bentuk *lateral buckling* (Hobbs, 1981).

Bedanya untuk keseimbangan, bentuk *Mode 1* ini membutuhkan tegangan lateral terpusat dengan  $\phi w L/2$  pada setiap ujung *buckling*. Tetapi pada *lateral buckling* tidak dapat disamakan untuk koefisien friksinya, sehingga pipa yang mulanya lurus akan memiliki beberapa kemungkinan bentuk yang akan terjadi.

Meski demikian, persamaan diferensial untuk defleksi yang digunakan tidak berubah. Hanya saja yang semula  $m = w/EI$ , diganti dengan  $m = \phi w/EI$  karena diasumsikan bahwa tegangan friksi lateral berpindah dimana-mana. Kondisi boundary tidak berubah, tetapi untuk kondisi *slope* nol yaitu pada  $x = \pm L/2$  berubah karena kondisi tegangan geser pada

lokasi yang sama. Sehingga, panjang *buckling* dapat ditentukan melalui persamaan berikut,

$$\tan \frac{nL}{2} = 0 \quad (24)$$

Atau pada akar terendahnya,

$$nL = 2\pi \quad (25)$$

Sehingga,

$$P_0 - P = \frac{AE}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{2} y'^2 dx \quad (26)$$

Persamaan tersebut menghasilkan bentuk lateral buckling yang tidak terbatas. Sehingga persamaan tegangan ( $P$ ) yang digunakan,

$$P = 4\pi^2 EI / L^2 \quad (27)$$

Dengan tegangan axial ( $P_0$ ),

$$P_0 = P + 1,4545 \times 10^{-5} AE \left( \frac{\phi w}{EI} \right)^2 L^6 \quad (28)$$

Pada persamaan tersebut, dapat menghasilkan nilai minimum yaitu pada,

$$L_{min} = \left( \frac{9,0474 \times 10^5 (EI)^3}{(\phi w)^2 AE} \right)^{0,125} \quad (29)$$

Sehingga didapatkan amplitudo maksimum *buckling* sebagai berikut,

$$y_{max} = 4,4495 \times 10^{-3} \frac{\phi w}{EI} L^4 \quad (30)$$

Dan maksimum bending moment terjadi pada  $x = 0$ , yaitu

$$M_{max} = 0,05066 \phi w L^2 \quad (31)$$

Sedangkan slope maksimum didapatkan dari turunan pertama dari amplitudo maksimum yaitu,

$$y'_{max} = 0,01267 \frac{\phi w L^3}{EI} \quad (32)$$

Jika  $\hat{y}' \leq 0,1$  pada kasus tertentu, persamaan differensial linear slope kecil cukup akurat.

Martinet dan Kerr dalam Hobbs (1981) telah menyimpulkan persamaan untuk menentukan *lateral buckling Mode* 1-4. Dengan menggunakan konstanta dapat ditentukan tegangan yang terjadi sebagai berikut,

$$P = k_1 EI / L^2 \quad (33)$$

Kemudian, untuk tegangan axial ( $P_0$ ),

$$P_0 = P + k_3 \phi w L \left[ \left( 1 + k_2 \frac{AE \phi w L}{(EI)^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (34)$$

Sehingga amplitudo maksimum *buckling* sebagai berikut,

$$y_{max} = k_4 \frac{\phi w}{EI} L^4 \quad (35)$$

Berikut ini merupakan tabel konstanta untuk menentukan *Mode* pada *lateral buckling*.

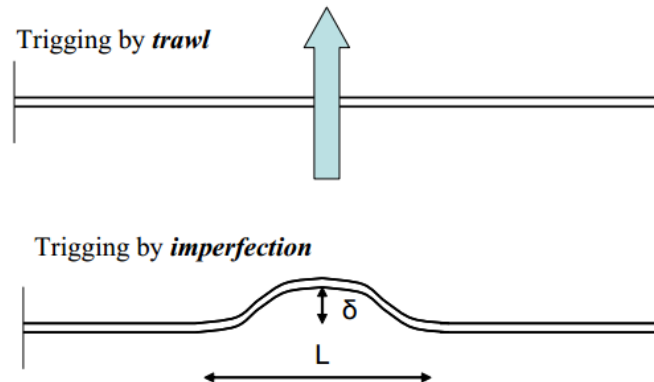
**Tabel 2.1.** Konstanta untuk *lateral buckling* (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

### 2.2.6 Teori *Buckling* berdasarkan DNV-RP-F110

Berdasarkan DNV-RP-F110 menjelaskan bahwa terdapat dua penyebab terjadinya global buckling, yaitu:

1. Global buckling terjadi akibat trawl.
2. Global buckling terjadi akibat ketidaksempurnaan.



**Gambar 2.11.** Mekanisme penyebab dalam global buckling (DNV RP F110, 2007).

Efek dari tekanan internal dan eksternal dapat diperhitungkan dengan menggunakan persamaan tegangan efektif aksial sebagai berikut:

$$S = N - p_i A_i + p_e A_e \quad (36)$$

Dengan  $N$  adalah tegangan aksial yang sebenarnya,  $p_i$  adalah tegangan internal,  $p_e$  merupakan tegangan eksternal,  $A_i$  area internal yang dilewati, dan  $A_e$  merupakan area eksternal yang dilewati.

Sebuah pipa mungkin mengalami tegangan aksial efektif sepenuhnya mengingat sebagaimana ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$S_0 = H - \Delta p_i A_i (1 - 2\nu) - A_s E \alpha \Delta T \quad (37)$$

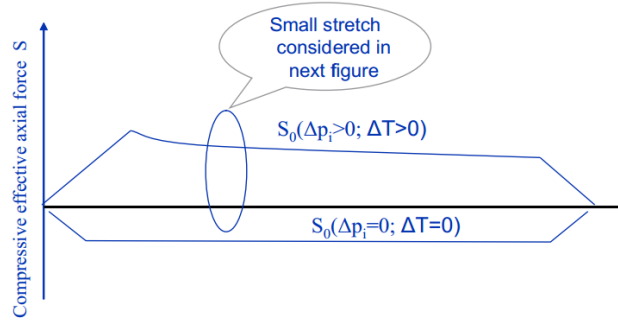
Dimana:

$H$  : Residual tegangan axial dari peletakan

$\Delta p_i$  : Perbedaan tekanan internal dibandingkan saat peletakan (instalasi)

$\Delta T$  : Perbedaan temperatur berhubungan dengan temperatur selama instalasi.

Persamaan di atas dapat diilustrasikan sesuai gambar berikut:



**Gambar 2.12.** Ilustrasi tegangan aksial efektif pada perubahan temperatur dan perbedaan tekanan internal (DNV RP F110, 2007).

#### 2.2.6.1 Analisis Vertical Buckling

Sebagaimana pada lateral buckling, analisis berikut hubungan linear untuk model bentuk prop:

$$S_{eff} = (R_{max} + w_p + k_2 w_0) \sqrt{\frac{EI}{k_1^2 \delta w_0}} \quad (38)$$

Dimana  $R_{max}$  adalah total resistance.  $w_0$  adalah berat pipa selama instalasi dan  $w_p$  adalah berat pipa selama operasi.

$\delta$  adalah (prop) imperfection,  $EI$  adalah bending stiffness dan  $k_1 = 2$  dan  $k_2 = 11$  merupakan konstanta yang ditentukan dari hasil *Finite Element* untuk bentuk sekenario prop.

Perbedaan dengan metode Hobbs yaitu pada metode ini resisten tanah untuk mode vertical diasumsikan berada di sepanjang buckling yang terjadi.

#### 2.2.6.2 Analisis *Lateral Buckling*

Untuk menganalisis global buckling lateral digunakan analitik persamaan Hobbs. Global buckling yang terjadi akibat ketidaksempurnaan dalam penjelasannya bahwa desain check untuk penyebab global buckling ini menggunakan dasar kapasitas mode infinite Hobbs. Kapasitas ini tergantung pada ketahanan lateral antara pipa dan tanah dimana hal ini tergantung pada berat pipa.

$S_{\infty}(100yr), S_{\infty}(1yr)$  merupakan tegangan aksial efektif untuk mode infinite (tak terbatas) Hobbs berdasarkan lower bond resisten pipa dengan tanah ( $f_L^{LB}$ ) diambil periode ulang kondisi lingkungan selama 100 tahun atau 1 tahun. Sehingga,

$$S_{\infty} = 2,29 \frac{EI}{L^2} \quad (39)$$

Dengan,

$$L = \left[ \frac{(EI)^3}{(f_L^{LB})^2 E A_s} \right]^{0,125} \quad (40)$$

$$f_L = \min \left[ f_L^{LB}; \frac{f_L^{BE} (w - f_L) - f_D}{w} \right] \quad (41)$$



Dimana:

$f_L^{LB}$  : Lower Bound tegangan lateral resisten tanah

$f_L^{BE}$  : Best Estimate resisten lateral tanah

$w$  : berat pipa bawah laut

$f_L$  : gaya angkat hidrodinamik maksimum per satuan panjang

$f_D$  : gaya drag hidrodinamik maksimum per satuan panjang

Kapasitas Hobbs ini berhubungan dengan pengambilan radius yang tidak sempurna sesuai persamaan berikut.

$$R_{\infty} = 2,41(D - t) \sqrt{\frac{E t}{f_L^{LB}}} \quad (42)$$

Hal ini harus diverifikasi bahwa jari-jari ini kurang dari radius minimum yang diharapkan dari pipa selama peletakan dengan mempertimbangkan teknik peletakan diterapkan.

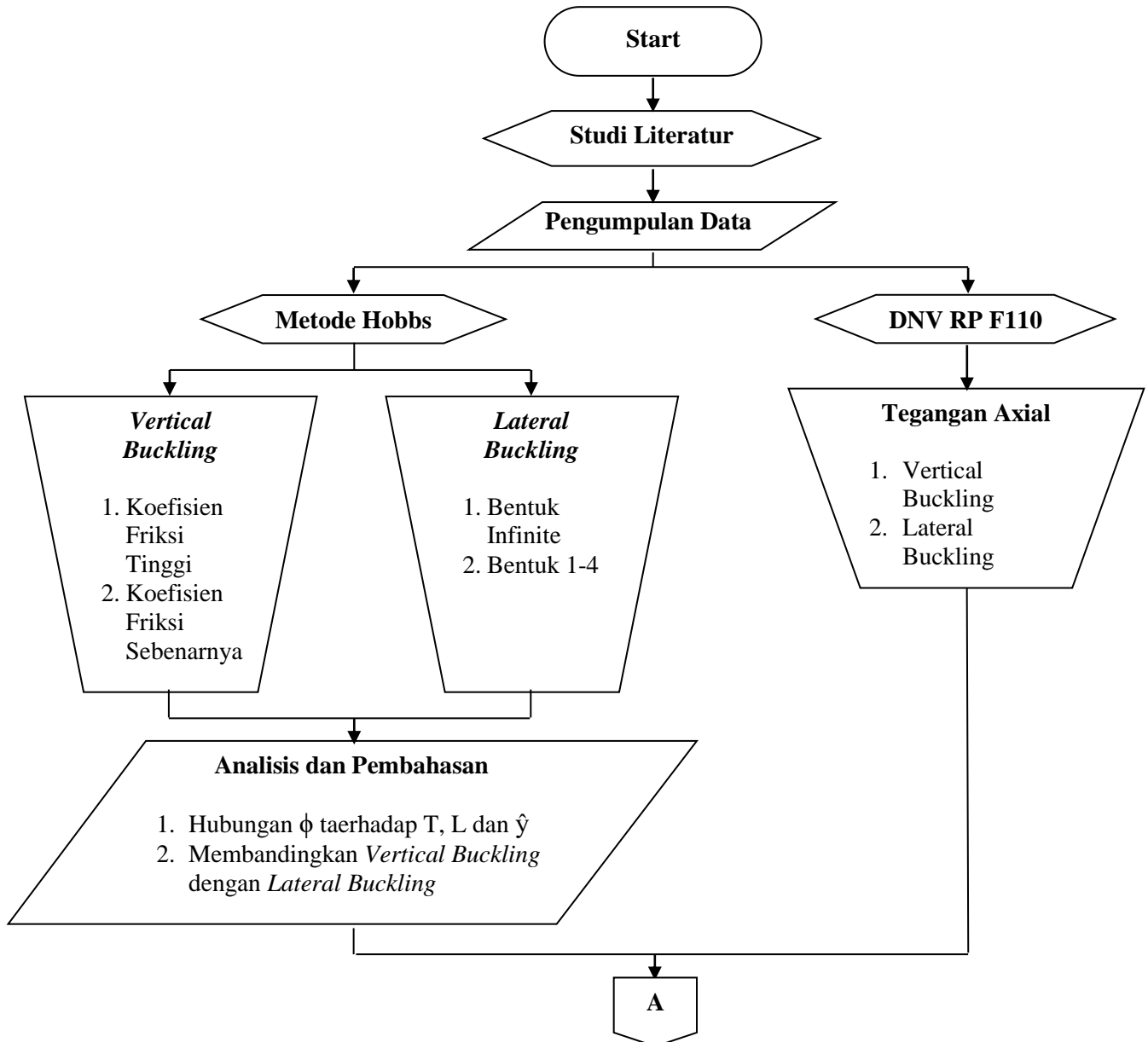
$$S_{LB} = f_L^{LB} R_{LB} \quad (43)$$

Dimana  $R_{LB}$  diharapkan di batas bawah radius.

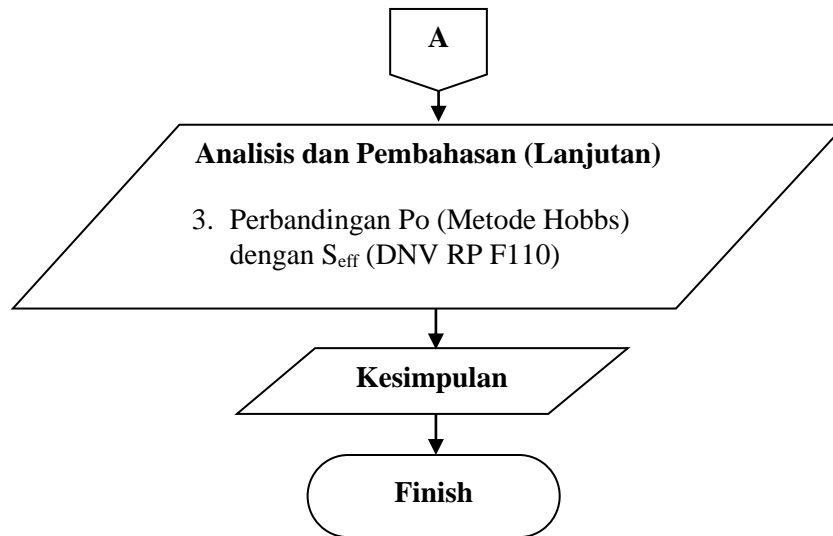
## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

### 3.1 Metode Penelitian

Tahapan pengerjaan tugas akhir ini dapat dinyatakan dalam diagram alur sebagai berikut:



**Gambar 3.1** Diagram alur pengerjaan tugas akhir.



**Gambar 3.2** Diagram alur pengerjaan tugas akhir (lanjutan).

### 3.2 Prosedur Penelitian

Untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini, diperlukan tahapan-tahapan sebagai berikut:

#### 3.2.1 Studi Literatur

Studi literatur ini dilakukan dengan mencari, mempelajari, dan memahami referensi-referensi dari berbagai sumber, seperti buku, jurnal, artikel, dan penelitian lain yang berhubungan dengan pembahasan Tugas Akhir ini.

#### 3.2.2 Pengumpulan Data

Data-data yang diperlukan diantaranya data pipeline saat beroperasi milik PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk. yaitu pada jaringan pipa gas Labuhan Maringgai-Muara Bekasi.

#### 3.2.3 Mengolah Data

##### 3.2.3.1 Metode Hobbs

###### 1. Vertical Buckling

Mengolah data menggunakan metode Hobbs dengan koefisien friksi tinggi, akan didapatkan *Buckling Length* ( $L$ )

sebanyak 20 nilai (dengan rentang nilai 0,1L-3L), Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).

Mengolah data menggunakan metode Hobbs dengan koefisien friksi sebenarnya, dengan rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ) akan didapatkan *Buckling Length* (L) sebanyak 20 nilai (dengan rentang nilai 0,1L-3L), Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).

## 2. *Lateral Buckling*

Mengolah data menggunakan metode Hobbs untuk bentuk infinit pada setiap rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ), akan didapatkan *Buckling Length* (L) sebanyak 20 nilai (dengan rentang nilai 0,5L-1,5L), Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).

Mengolah data menggunakan metode Hobbs untuk bentuk 1-4 pada setiap rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ), akan didapatkan *Buckling Length* (L) sebanyak 20 nilai (dengan rentang nilai 0,5L-2L), Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).

### 3.2.3.2 DNV RP F110

#### 1. *Vertical Buckling*

Menghitung Tegangan Axial Efektif ( $P_0$ ) yang dialami oleh pipa

#### 2. *Lateral Buckling*

Menghitung Tegangan Axial Efektif ( $P_0$ ) yang terjadi pada pipa.

### 3.2.4 Analisis dan Pembahasan

Proses analisis dan pembahasan dilakukan dengan mengamati grafik yang didapatkan dari perhitungan numerik dengan metode Hobbs.

1. Dari grafik tersebut akan diketahui hubungan Temperatur ( $T$ ) dengan *Buckling Length* ( $L$ ) dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).
2. Membandingkan hasil perhitungan numerik dari grafik antara *Vertical Buckling* dengan *Lateral Buckling*.
3. Membandingkan hasil perhitungan numerik antara metode Hobbs dan DNV RP F110 pada *Vertical Buckling* dengan *Lateral Buckling*.

### **3.2.5 Kesimpulan**

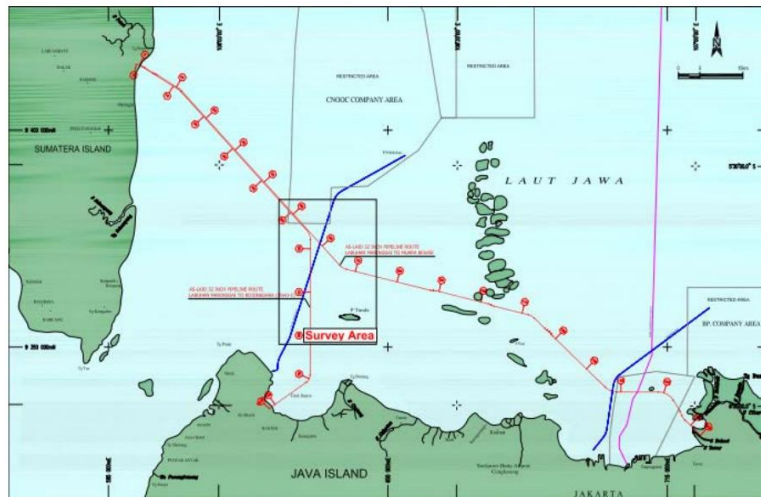
Penarikan kesimpulan dilakukan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan sesuai dengan rumusan masalah yang diangkat.

## BAB IV

### ANALISA DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Data-Data

Dalam proses analisa, pengerjaan tugas akhir ini menggunakan data-data pipa offshore yang di dapatkan dari PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk. dimana pipa tersebut merupakan jaringan pipa gas Labuhan Maringgai-Muara Bekasi. Jaringan pipa ini adalah jaringan pipa transmisi yang menyalurkan gas dari Pulau Sumatra ke Pulau Jawa melewati Selat Sunda.



**Gambar 4.1** Lokasi jaringan pipa offshore PT. Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk (PGN, 2012).

Pada lokasi tersebut akan dilakukan analisa numerik terhadap buckling yang kemungkinan terjadi, baik secara vertikal maupun lateral. Untuk mengetahui karakteristik buckling yang kemungkinan terjadi, diperlukan beberapa data yang harus diinputkan untuk mendukung proses perhitungan. Data-data yang digunakan yaitu data karakteristik pipa itu sendiri, diantaranya:

##### 4.1.1 Data Pipa

Pipe Outside Diameter (OD) = 0.8128 m

Wall Thickness ( $t_{\text{pipa}}$ )	= 0.015875 m
Pipe Density ( $\rho_{\text{pipa}}$ )	= 7850 Kg/m <sup>3</sup>
Coefficient of Linear Thermal Expansion ( $\alpha$ )	= 11 x 10 <sup>-6</sup> m/°C

#### 4.1.2 Data Coating

External Corroton Coating Thickness ( $t_{\text{coat}}$ )	= 0,0025 m
Corroton Coating Density ( $\rho_{\text{coat}}$ )	= 1280 Kg/m <sup>3</sup>

#### 4.1.3 Data Concrete

Concrete Weight Coating Thickness ( $t_{\text{concrete}}$ )	= 0,06 m
Concrete Density ( $\rho_{\text{concrete}}$ )	= 3043 Kg/m <sup>3</sup>
Modulus Elasticity of Concrete ( $E_{\text{concrete}}$ )	= 4,1 x 10 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup>

### 4.2 Menentukan Cross Section Area

Berdasarkan data diatas, dapat ditentukan cross section area pada pipa sebagai berikut,

**Tabel 4.1.** Hasil perhitungan cross section area.

Cross Section Area	Symbol	Persamaan	Hasil	Satuan
Internal Cross Section Area	$A_i$	$\frac{\pi}{4} x (OD - (2 x t_{\text{pipa}}))^2$	0,4791	m <sup>2</sup>
Cross Sectional Area of Pipe	$A$	$(\frac{\pi}{4} x (OD - (OD^2))) - A_i$	0,0397	m <sup>2</sup>
Coating Layer Cross Section Area	$A_{\text{coat}}$	$(\frac{\pi}{4} x (OD + (2 x t_{\text{coat}}))^2 - (A_i + A))$	0,0064	m <sup>2</sup>
Concrete Cross Section Area	$A_{\text{concrete}}$	$(\frac{\pi}{4} x (OD + (2 x t_{\text{coat}}) + (2 x t_{\text{concrete}}))^2) - (A_i + A + A_{\text{coat}})$	0,1655	m <sup>2</sup>

### 4.3 Menentukan Massa dan Berat Pipa

Dari hasil perhitungan cross section area dapat ditentukan massa pipa, coating, dan concrete sebagai berikut.

**Tabel 4.2.** Hasil perhitungan massa pada pipa.

Mass	Symbol	Persamaan	Hasil	Satuan
Mass of Pipe	$M_{pipe}$	$\rho_{pipe} \times A$	311,9972	Kg/m
Mass of Coating	$M_{coat}$	$\rho_{coat} \times A_{coat}$	8,1963	Kg/m
Mass of Concrete	$M_{concrete}$	$\rho_{concrete} \times A_{concrete}$	503,4990	Kg/m

Sehingga, dengan menggunakan hasil perhitungan massa pipa, coating, dan concrete tersebut, dapat diketahui nilai dari berat pipa.

$$W = \pi (M_{pipe} + M_{coat} + M_{concrete}) = 8077,7057 \text{ N/m}$$

Untuk second moment of area/moment inersia yang terjadi yaitu

$$I = \left( \frac{\pi}{64} \times (OD^4 - (OD - (2 \times t_{pipe}))^4) \right) = 0,0032 \text{ m}^4$$

#### 4.4 Analisis Vertical Buckling dengan Metode Hobbs

Proses analisa verical buckling ini dilakukan pada keadaan koefisien friksi sangat tinggi dan pada keadaan koefisien friksi yang sesungguhnya. Dimana pada saat menggunakan koefisien friksi yang sesungguhnya dilakukan dengan memvariasikan koefisien friksi tersebut mulai dari 0,3 hingga 0,7.

##### 4.4.1 Analisa Vertical Buckling pada Koefisien Friksi Tinggi

Pada kondisi friksi yang sangat tinggi ( $\infty$ ), mengakibatkan panjang pipa ( $L_s$ ) yang berdekatan dengan buckling bernilai nol (0).

##### 4.4.1.1 Menghitung Nilai Panjang Buckling Minimum ( $L$ )

Dengan menggunakan persamaan (23), dapat diketahui panjang buckling ( $L$ ) minimum yang terjadi pada pipa sebagai berikut,

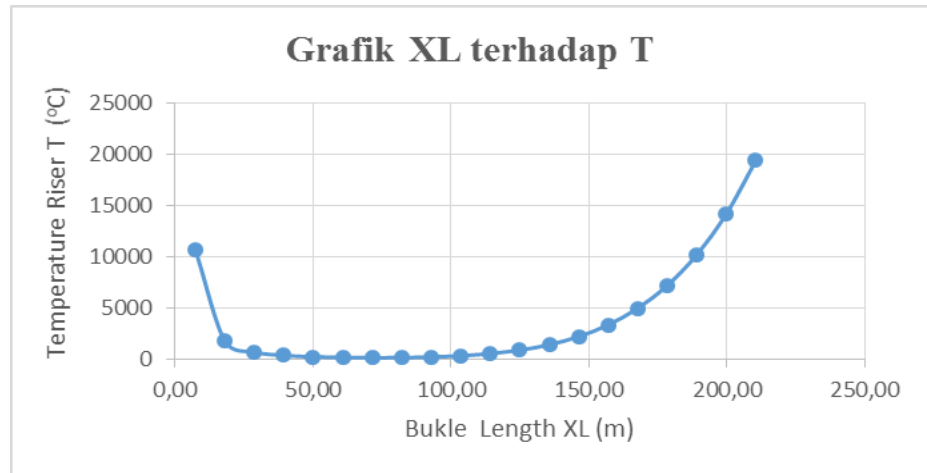
$$L_{min} = \left( \frac{1,6856 \times 10^6 (2,07 \times 10^{11} \times 0,0032)^3}{80,77,7057^2 \times 0,0397 \times 2,07 \times 10^{11}} \right)^{0,125} = 73,76 \text{ m}$$



#### **4.4.1.2 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum**

Sebagai salah satu faktor penyebab terjadinya buckling, perlu dilakukan perhitungan tegangan axial yang terjadi pada pipa. Sehingga setelah diketahui tegangan axialnya dapat diketahui temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi. Perhitungan ini dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai  $L$  adalah  $0,1L$  hingga  $3L$  untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling ( $L$ ) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) secara keseluruhan dapat dilihat pada lampiran A, yaitu pada tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ).

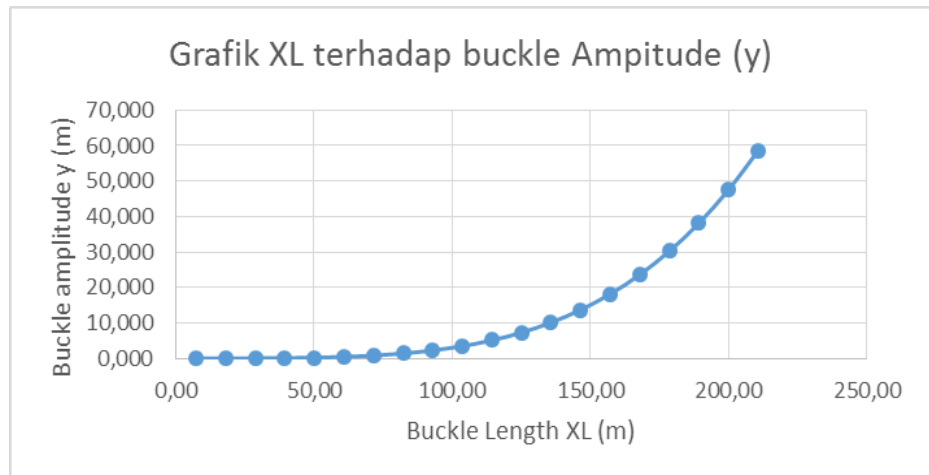
Pada tabel tersebut terlihat bahwa tegangan axial ( $P_0$ ) yang dialami oleh pipa dapat diketahui dari panjang buckling ( $L$ ) yang terjadi. Kemudian dari tegangan axial ( $P_0$ ) yang terus menerus dialami oleh pipa menyebabkan adanya varian temperatur ( $T$ ) dimana keduanya merupakan faktor utama penyebab terjadinya buckling. Selanjutnya, dari adanya range variasi panjang buckling tersebut, juga dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Dari tabel perhitungan tersebut, dapat dituangkan ke dalam grafik hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur ( $T$ ).



**Gambar 4.2** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) akibat dari perubahan temperatur (T).

Dari grafik di atas terlihat bahwa adanya pengaruh varian temperatur terhadap panjang buckling yang terjadi. Namun, pada dua panjang buckling di awal yaitu pada 7,38 m dan 18,07 m terjadi penurunan temperatur yang sangat signifikan dimana suhu awal mulai terjadinya buckling yaitu sebesar 10718 °C menurun secara drastis menjadi 1786 °C, kemudian menurun sedikit demi sedikit hingga panjang buckling ke-7. Selanjutnya, temperatur mulai naik secara linear hingga temperatur kembali tinggi pada panjang buckling ke-20.

Selain hubungan antara panjang buckling dengan temperatur. Berikut ini grafik hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.3** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).

Pada grafik di atas, terlihat jelas hubungan antara panjang buckling (xL) dengan amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) yang diakibatkan oleh perubahan temperatur (T) dan tegangan axial ( $P_0$ ) bahwa semakin panjang buckling, maka semakin tinggi amplitudo buckling pada pipa.

#### 4.4.2 Analisa Vertical Buckling pada Koefisien Friksi Sesungguhnya

Metode analisa ini hampir sama dengan metode yang digunakan untuk proses analisa vertical buckling pada koefisien friksi tinggi. Namun, untuk kondisi friksi sesungguhnya, analisa dilakukan pada rentang koefisien friksi  $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ . Sehingga akan didapatkan hasil atau pola dari faktor penyebab buckling pada pipa sebanyak 20 nilai dari rentang nilai L adalah  $0,1L$  hingga  $3L$  pada amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ), berdasarkan panjang buckling minimim ( $L_{min}$ ) yang diketahui sebelumnya yaitu sebesar 73,76 m.

#### **4.4.2.1 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,3$ )**

Dengan menggunakan koefisien friksi ( $\phi = 0,3$ ) maka didapatkan hasil perhitungan untuk amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ) yang secara keseluruhan terdapat pada lampiran A pada tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,3$ ). Pada tabel tersebut didapatkan tiga tegangan axial efektif ( $P_0$ ) dan temperatur (T) pertama bernilai unlimited.

#### **4.4.2.2 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,04$ )**

Dengan menggunakan koefisien friksi ( $\phi = 0,04$ ) maka didapatkan hasil perhitungan untuk amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ) yang terlampir pada lampiran A, yaitu pada tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,04$ ). Tidak jauh berbeda dengan hasil pada koefisien friksi ( $\phi = 0,03$ ), pada hasil ini juga didapatkan tiga tegangan axial efektif ( $P_0$ ) dan temperatur (T) pertama bernilai unlimited.

#### **4.4.2.3 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,05$ )**

Dengan menggunakan koefisien friksi ( $\phi = 0,05$ ) maka didapatkan hasil perhitungan untuk amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ) yang ditampilkan secara keseluruhan pada lampiran A, yaitu pada tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,05$ ).

#### **4.4.2.4 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,06$ )**

Dengan menggunakan koefisien friksi ( $\phi = 0,06$ ) maka didapatkan hasil perhitungan untuk amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ) pada lampiran A, tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,06$ ).

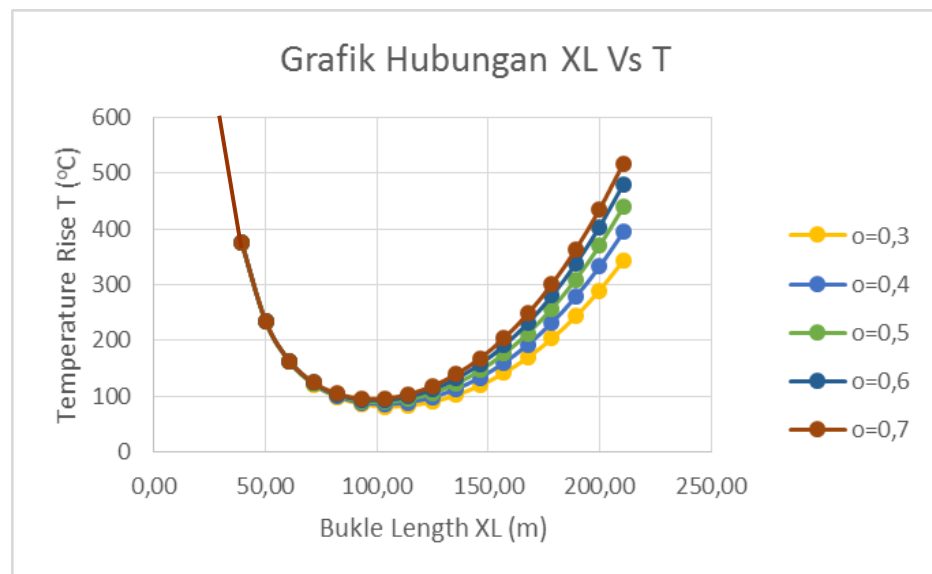
#### **4.4.2.5 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Koefisien Friksi ( $\phi = 0,07$ )**

Dengan menggunakan koefisien friksi ( $\phi = 0,07$ ) maka didapatkan hasil perhitungan untuk amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), perubahan temperatur (T), dan tegangan axial ( $P_0$ ) pada lampiran A, tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,07$ ). Pada tabel tersebut, terdapat nilai tiga tegangan axial efektif ( $P_0$ ) dan temperatur (T) pertama bernilai unlimited dimana hal itu tidak jauh berbeda dengan hasil yang didapat pada koefien friksi ( $\phi = 0,03$  sampai  $0,06$ ),

Berdasarkan tabel hasil perhitungan *vertical buckling* pada koefisien friksi ( $\phi$ ) sebenarnya (yaitu  $\phi = 0,03$  sampai  $0,07$ ), terlihat bahwa tegangan axial ( $P_0$ ) yang dialami oleh pipa dapat diketahui dari panjang buckling (L) yang terjadi. Kemudian dari tegangan axial ( $P_0$ ) yang terus menerus dialami oleh pipa menyebabkan adanya varian temperatur (T) dimana keduanya merupakan faktor utama penyebab terjadinya buckling. Selanjutnya, dari adanya range variasi panjang buckling tersebut, juga dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Dari tabel perhitungan di atas, dapat dituangkan ke dalam grafik hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur (T).

#### 4.4.3 Grafik Hubungan Panjang Buckling (xL) terhadap Perubahan Temperatur (T) pada Setiap Koefisien Friksi.

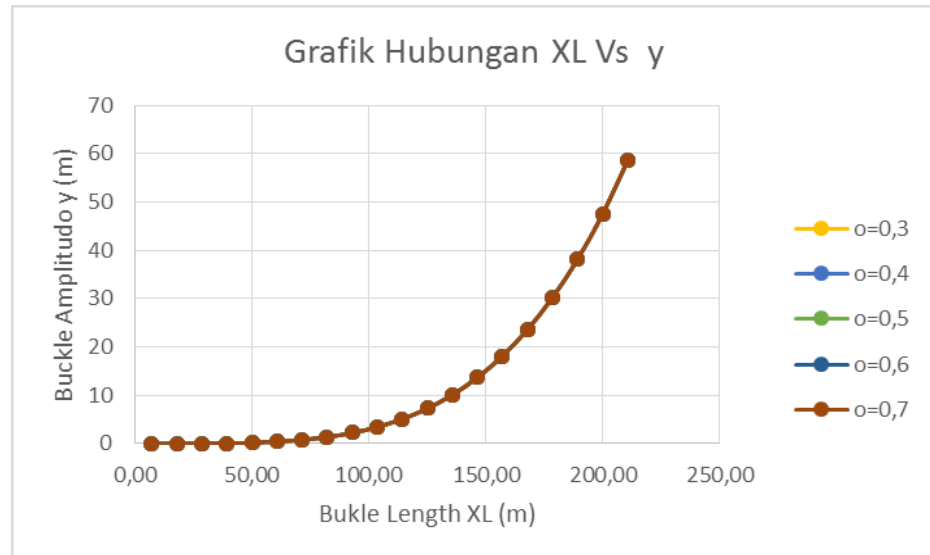
Berdasarkan hasil perhitungan vertical buckling pada koefisien friksi yang sebenarnya yaitu rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ), didapatkan grafik hubungan antara panjang buckling (xL) dengan Temperatur (T) pada setiap koefisien friksi yang berbeda, sebagai berikut.



**Gambar 4.4** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap varian temperatur (T).

Berdasarkan grafik di atas, terlihat bahwa peningkatan koefisien friksi mengakibatkan temperatur semakin naik, sedangkan koefisien friksi tidak mempengaruhi panjang buckling. Sehingga berapapun koefisien friksi, panjang buckling akan tetap. Sedangkan panjang buckling memiliki hubungan seperti kurva parabola terhadap temperatur, dimana temperatur turun drastis mulai dari nilai temperatur yang sangat tinggi hingga 10 panjang buckling pertama dan kemudian naik secara perlahan pada panjang buckling selanjutnya.

Berikut ini grafik hubungan antara panjang buckling ( $y$ ) terhadap amplitudo buckling pada setiap koefisien friksi yang berbeda.



**Gambar 4.5** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).

Pada grafik di atas, terlihat jelas hubungan antara panjang buckling ( $xL$ ) dengan amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) yang diakibatkan oleh perubahan temperatur ( $T$ ) dan tegangan axial ( $P_0$ ) bahwa pada setiap panjang buckling yang sama, koefisien friksi tidak mempengaruhi amplitudo buckling yang terjadi. Sehingga berapapun koefisien friksinya, panjang buckling akan tetap. Hubungan tersebut juga mengalami peningkatan secara linier bahwa semakin panjang buckling yang terjadi, maka semakin tinggi juga amplitudo buckling yang terjadi.

#### 4.5 Analisis Lateral Buckling dengan Metode Hobbs

Berbeda dengan vertical buckling, lateral buckling memiliki berbagai model atau bentuk buckling. Dalam teori Hobbs telah ditentukan lima bentuk buckling yang terjadi pada lateral buckling, yaitu mode 1, mode 2, mode 3, mode 4, dan mode tak hingga. Perbedaan pada setiap bentuk tergantung pada

konstanta yang digunakan. Tetapi bentuk *lateral buckling* juga ada yang menyerupai *vertical buckling* yaitu pada *Mode 1*.

Proses analisa pada lateral buckling tidak jauh berbeda dengan vertical buckling yaitu dilakukan pada keadaan koefisien friksi sangat tinggi dan pada keadaan koefisien friksi yang sesungguhnya. Namun, pada analisa lateral buckling dilakukan pada setiap koefisien friksi yaitu pada rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ), karena pada lateral buckling diasumsikan bahwa tegangan friksi lateral berpindah dimana-mana.

#### 4.5.1 Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Tinggi (Mode Infinite)

Pada mode infinite, proses analisa menggunakan beberapa konstanta diantaranya,  $k_1 = 4\pi^2$ ,  $k_2 = 1,4545 \times 10^{-5}$ , dan  $k_3 =$  (persamaan 28),  $k_4 = 4,4495 \times 10^{-3}$ .

**Tabel 4.3.** Konstanta untuk *lateral buckling* mode infinite (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

##### 4.5.1.1 Menghitung Nilai Panjang Buckling Minimum ( $L$ )

Panjang buckling minimum dihitung pada setiap koefisien friksi yang berbeda, yaitu pada rentang koefisien friksi ( $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ ). Dengan menggunakan persamaan (29), dapat diketahui panjang buckling ( $L_{\min}$ ) minimum yang terjadi pada pipa sebagai berikut,



**Tabel 4.4.** Nilai panjang buckling minimum ( $L_{min}$ ) pada setiap koefisien friksi.

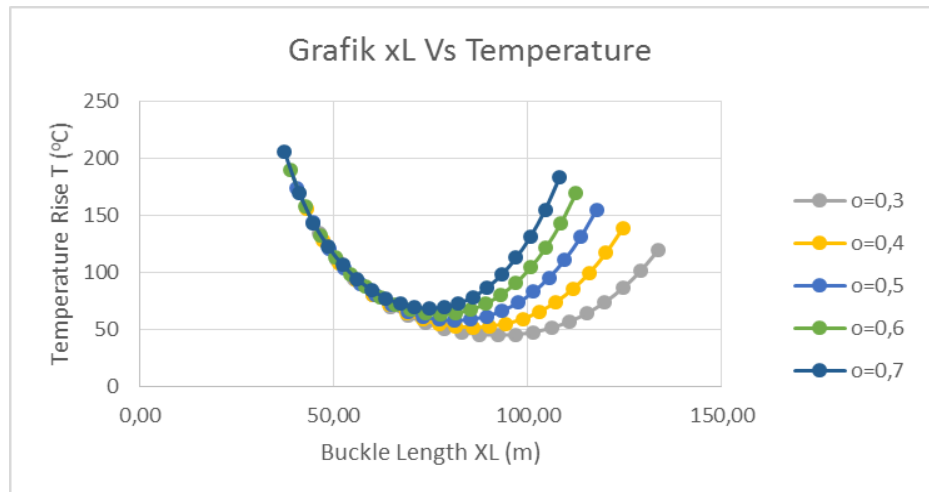
$\phi$	$L_{min}$
0,30	<b>111,33 m</b>
0,40	<b>103,61 m</b>
0,50	<b>97,98 m</b>
0,60	<b>93,62 m</b>
0,70	<b>90,08 m</b>

#### 4.5.1.2 Menghitung Nilai Tegangan Axial, Temperatur, dan Amplitudo Maksimum pada Setiap Koefisien Friksi

Setelah didapatkan panjang buckling minimum pada setiap koefisien friksi, dapat diketahui tegangan axialnya dan juga temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi pada setiap koefisien friksi. Perhitungan ini sama seperti pada vertical buckling, yaitu dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai  $L$  adalah  $0,1L$  hingga  $3L$  untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling ( $L$ ) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan secara keseluruhan dapat dilihat pada tabel yang terdapat pada lampiran B.

Berdasarkan tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi ( $\phi$ ) dan panjang buckling minimum ( $L_{min}$ ), didapatkan hasil bahwa tegangan axial ( $P_0$ ) yang dialami oleh pipa dapat diketahui dari panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi pada setiap koefisien friksi. Kemudian dari tegangan axial ( $P_0$ ) yang terus menerus dialami oleh pipa menyebabkan adanya varian temperatur ( $T$ ) dimana keduanya merupakan faktor utama penyebab terjadinya buckling. Selanjutnya, dari adanya range variasi panjang buckling tersebut, juga dapat diketahui

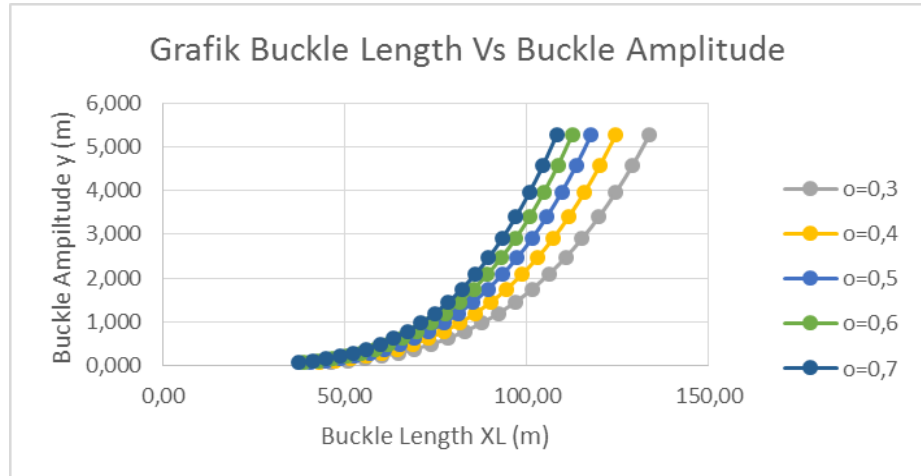
amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Dari tabel perhitungan di atas, dapat dituangkan ke dalam grafik di bawah ini, hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur ( $T$ ).



**Gambar 4.6.** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.

Grafik linear di atas memperlihatkan bahwa semakin tinggi koefisien friksi yang dilalui, maka semakin tinggi pula temperatur yang dialami oleh pipa. Sebaliknya, semakin kecil koefisien friksi yang ada maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan hubungan panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan temperatur ( $T$ ) membentuk kurva kuadrat dimana pertambahan panjang buckling pada 11 panjang buckling pertama, temperatur turun secara linear. Kemudian temperatur kembali meningkat mulai dari panjang buckling ke-12 dan terus meningkat dengan adanya peningkatan panjang buckling yang terjadi.

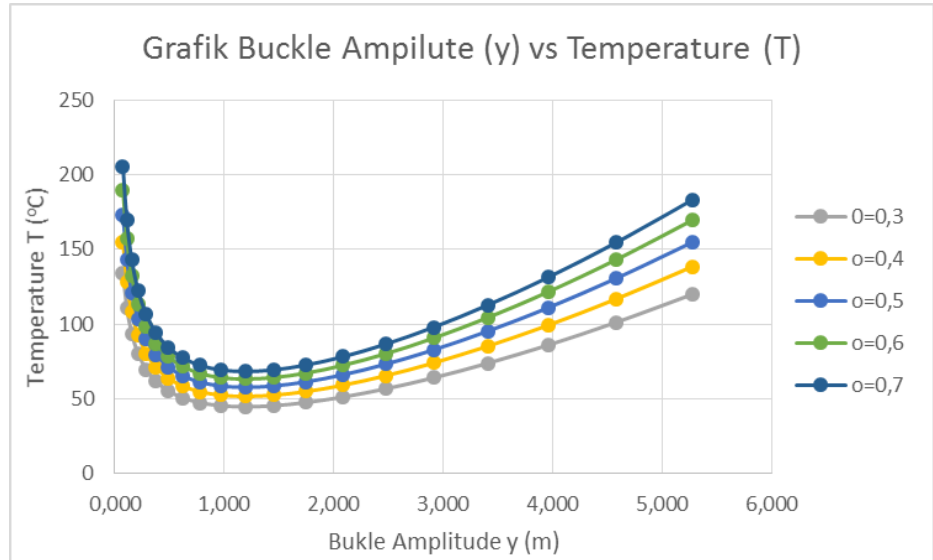
Selain hubungan antara panjang buckling dengan temperatur. Berikut ini grafik hubungan antara panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.7.** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.

Grafik linear di atas menjelaskan hubungan antara panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi yang berbeda pada kondisi infinite. Berbeda dengan sebelumnya, pada grafik tersebut terlihat bahwa koefisien friksi tidak berpengaruh pada amplitudo buckling yang terjadi. Meskipun koefisien friksi berbeda, amplitudo buckling memiliki nilai yang tetap/konstan. Sedangkan panjang buckling sama seperti grafik sebelumnya bahwa semakin kecil koefisien friksi, maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan amplitudo buckling berbanding lurus dengan panjang buckling, yaitu semakin panjang buckling yang terjadi maka semakin tinggi pula amplitudo buckling yang terjadi.

Selanjutnya merupakan hubungan perbedaan panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan Temperatur ( $T$ ),



**Gambar 4.8.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap temperatur (T), pada setiap koefisien friksi untuk mode infinite.

Pada grafik di atas terlihat jelas bahwa semakin besar koefisien friksinya, maka semakin tinggi temperatur yang dialami. Kemudian sama seperti di atas bahwa amplitudo buckling tidak terpengaruh dengan adanya perbedaan koefisien friksi. Selain itu, peningkatan 11 panjang amplitudo pertama tidak terlalu drastis terhadap penurunan temperatur dan kemudian amplitudo mulai beranjak naik secara drastis dengan adanya peningkatan temperatur.

#### 4.5.2 Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 1)

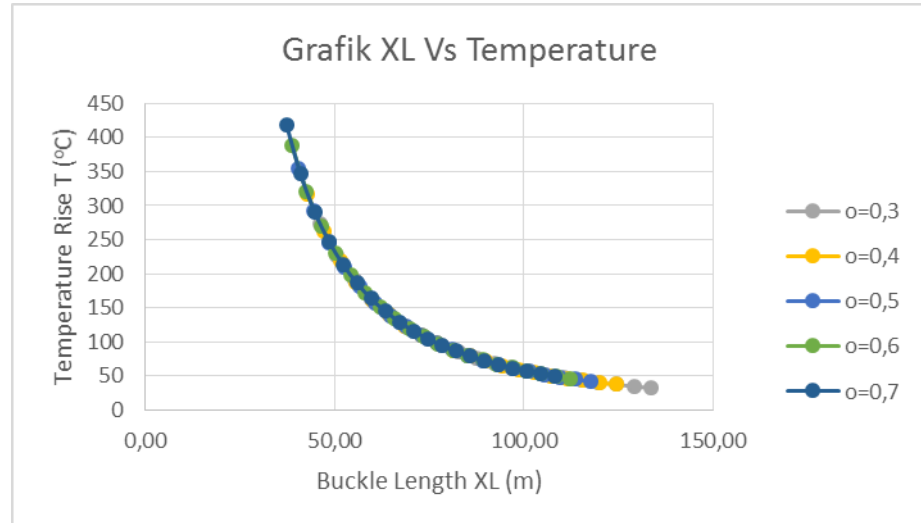
Pada mode 1, proses analisa menggunakan beberapa konstanta diantaranya,  $k_1 = 80,76$ ,  $k_2 = 6,391 \times 10^{-5}$ , dan  $k_3 = 0,5$ ,  $k_4 = 2,407 \times 10^{-3}$ . Dengan menggunakan panjang buckling minimum yang sama dengan mode infinite yaitu pada setiap koefisien friksi, dapat diketahui tegangan axialnya dan juga temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi pada setiap koefisien friksi.

**Tabel 4.5.** Konstanta untuk *lateral buckling* mode 1 (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

Perhitungan ini sama seperti pada mode infinite dan vertical buckling, yaitu dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai L adalah 0,1L hingga 3L untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling (L) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) terdapat pada lampiran B.

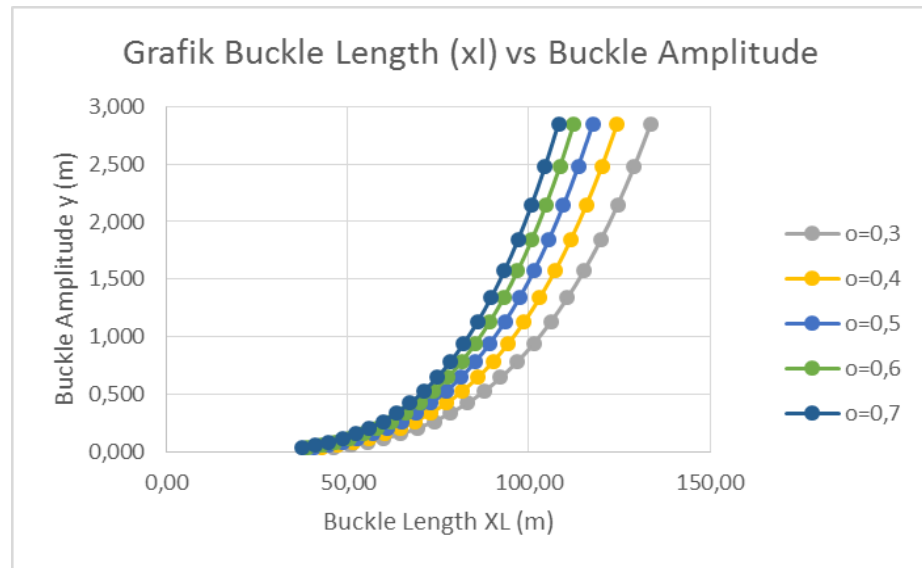
Sama seperti mode infinite, berdasarkan hasil perhitungan pada tabel tersebut untuk menentukan tegangan axial ( $P_0$ ) yang dialami oleh pipa di mana hal itu dapat diketahui dari panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi pada setiap koefisien friksi. Kemudian dari tegangan axial ( $P_0$ ) yang terus menerus dialami oleh pipa menyebabkan adanya varian temperatur (T) dimana keduanya merupakan faktor utama penyebab terjadinya buckling. Selanjutnya, dari adanya range variasi panjang buckling tersebut, juga dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur (T).



**Gambar 4.9.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.

Grafik di atas memperlihatkan bahwa semakin tinggi koefisien friksi yang dilalui, maka semakin tinggi pula temperatur yang dialami oleh pipa. Sebaliknya, semakin kecil koefisien friksi yang ada maka semakin panjang buckling yang terjadi. berbeda dengan mode infinite, kurva hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) berhimpitan satu sama lain, tetapi semakin panjang buckling yang terjadi, semakin rendah temperatur yang dialami.

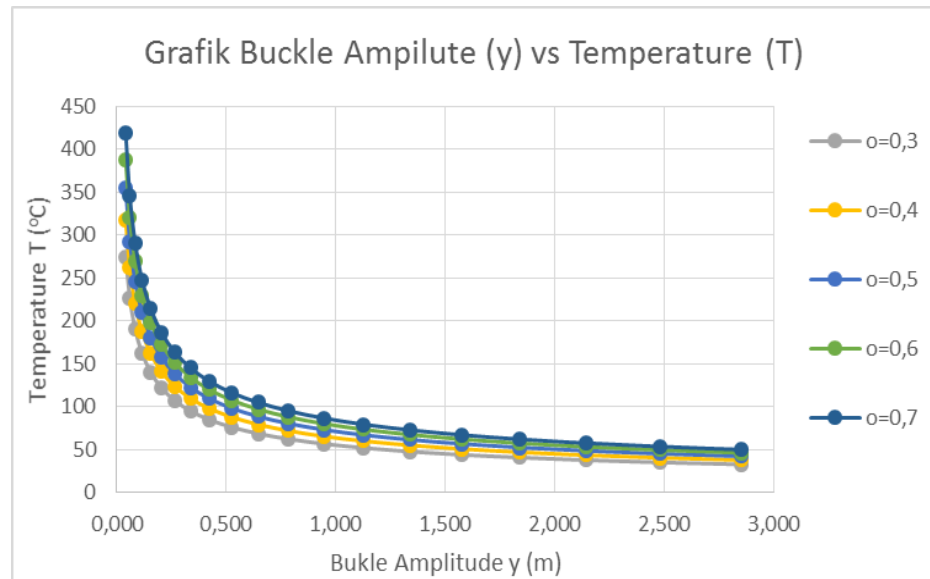
Berikut ini merupakan grafik hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.10.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.

Grafik di atas menjelaskan hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi yang berbeda pada mode 1. Sama seperti pada mode infinite, pada grafik di atas terlihat bahwa koefisien friksi tidak berpengaruh pada amplitudo buckling yang terjadi. Meskipun koefisien friksi berbeda, amplitudo buckling memiliki nilai yang tetap/konstan. Sedangkan semakin kecil koefisien friksi, maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan amplitudo buckling berbanding lurus dengan panjang buckling, yaitu semakin panjang buckling yang terjadi maka semakin tinggi pula amplitudo buckling yang terjadi.

Selanjutnya merupakan hubungan perbedaan panjang buckling (xL) terhadap perubahan Temperatur (T).



**Gambar 4.11.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap temperatur (T), pada setiap koefisien friksi untuk mode 1.

Grafik di atas memperlihatkan bahwa semakin besar koefisien friksinya, maka semakin tinggi temperatur yang dialami. Kemudian sama seperti sebelumnya bahwa amplitudo buckling tidak terpengaruh dengan adanya perbedaan koefisien friksi. Selain itu, peningkatan 11 panjang amplitudo pertama tidak terlalu drastis terhadap penurunan temperatur dan kemudian amplitudo mulai naik dengan signifikan dengan adanya penurunan temperatur, berbeda dengan mode infinite dimana temperatur naik dengan penambahan amplitudo.

#### 4.5.3 Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 2)

Pada mode 2, proses analisa menggunakan beberapa konstanta diantaranya,  $k_1 = 4\pi^2$ ,  $k_2 = 1,743 \times 10^{-4}$ , dan  $k_3 = 1$ ,  $k_4 = 5,532 \times 10^{-3}$ . Dengan menggunakan panjang buckling minimum yang sama dengan mode infinite yaitu pada setiap koefisien friksi, dapat diketahui tegangan axialnya dan juga temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi pada setiap koefisien friksi.

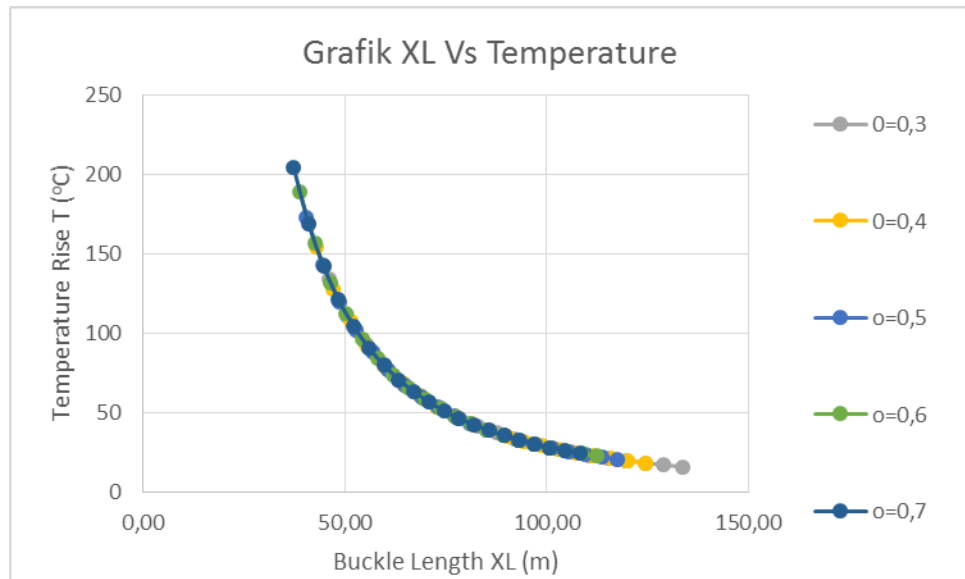


**Tabel 4.6.** Konstanta untuk *lateral buckling* mode 2 (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

Perhitungan ini sama seperti pada mode infinite dan vertical buckling, yaitu dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai L adalah 0,1L hingga 3L untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling (L) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) untuk Mode 2, secara keseluruhan terdapat pada lampiran B.

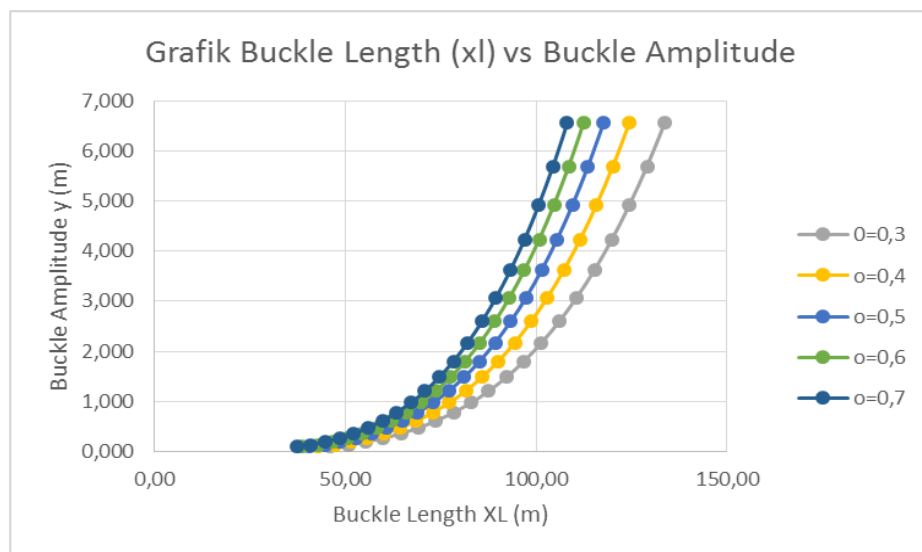
Berdasarkan tabel hasil perhitungan tegangan axial ( $P_0$ ), panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi pada setiap koefisien friksi, varian temperatur (T), dan dengan adanya range variasi panjang buckling dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur (T).



**Gambar 4.12** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.

Sama halnya dengan mode 1, berdasarkan grafik hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 2 tersebut, semakin tinggi koefisien friksi, maka semakin tinggi pula temperatur yang dialami oleh pipa. Sebaliknya, semakin kecil koefisien friksi maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sama dengan mode 1, kurva hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) berhimpitan satu sama lain, dan juga semakin panjang buckling yang terjadi, semakin rendah temperatur yang dialami.

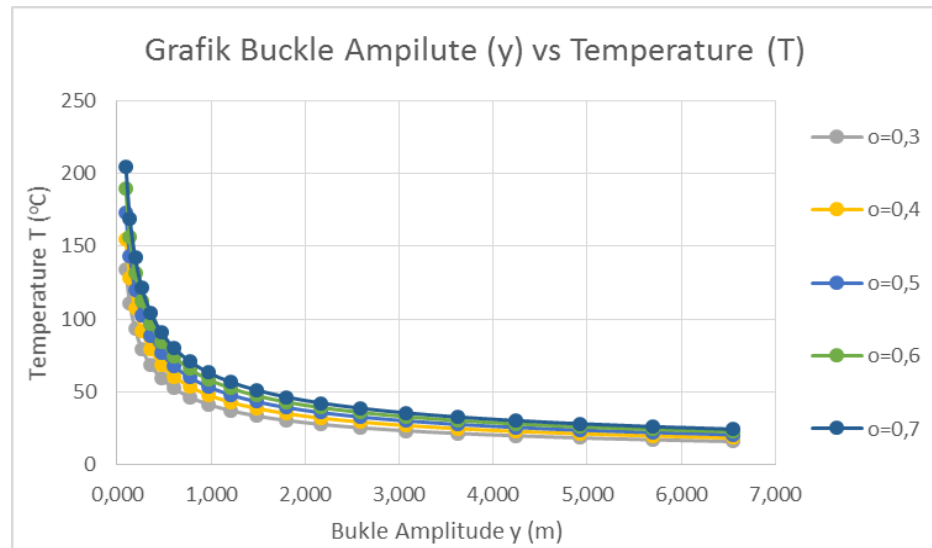
Berikut ini merupakan grafik hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.13** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.

Pada grafik di atas terlihat hubungan antara panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi yang berbeda untuk mode 2. Sama seperti pada mode sebelumnya bahwa koefisien friksi tidak berpengaruh pada amplitudo buckling yang terjadi. Meskipun koefisien friksi berbeda, amplitudo buckling memiliki nilai yang tetap/konstan. Sama seperti sebelumnya, semakin kecil koefisien friksi, maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan amplitudo buckling juga berbanding lurus dengan panjang buckling, yaitu semakin panjang buckling yang terjadi maka semakin tinggi pula amplitudo buckling yang terjadi.

Berikut ini hubungan perbedaan panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan Temperatur ( $T$ ).



**Gambar 4.14** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap temperatur (T), pada setiap koefisien friksi untuk mode 2.

Pola grafik di atas hampir sama dengan grafik pada mode 1, bahwa semakin besar koefisien friksinya, maka semakin tinggi temperatur yang dialami. Selanjutnya, amplitudo buckling juga tidak terpengaruh dengan adanya perbedaan koefisien friksi. Selain itu, peningkatan 11 panjang amplitudo pertama tidak terlalu drastis terhadap penurunan temperatur dan amplitudo mulai naik dengan signifikan dengan adanya penurunan temperatur, juga berbeda dengan mode infinite.

#### 4.5.4 Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 3)

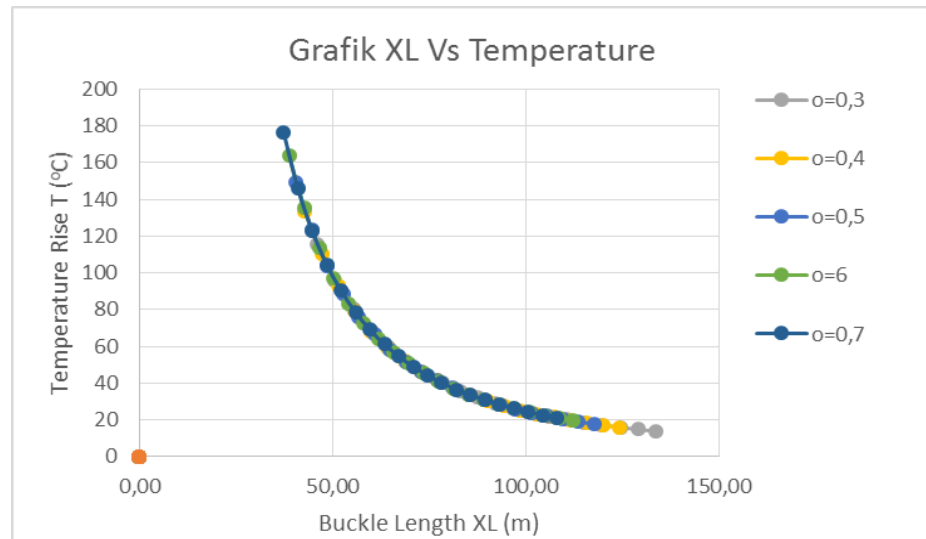
Sama halnya dengan mode sebelumnya. Proses analisa pada mode 3 menggunakan beberapa konstanta diantaranya,  $k_1 = 34,06$ ,  $k_2 = 1,668 \times 10^{-4}$ , dan  $k_3 = 1,294$ ,  $k_4 = 1,032 \times 10^{-2}$ . Dengan menggunakan panjang buckling minimum yang sama dengan mode sebelumnya dan juga pada setiap koefisien friksi, dapat diketahui tegangan axialnya serta temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi pada setiap koefisien friksi.

**Tabel 4.7.** Konstanta untuk *lateral buckling* mode 3 (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

Perhitungan ini sama seperti pada mode sebelumnya dimana semuanya dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai L adalah 0,1L hingga 3L untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling (L) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) secara keseluruhan dapat dilihat pada lampiran B.

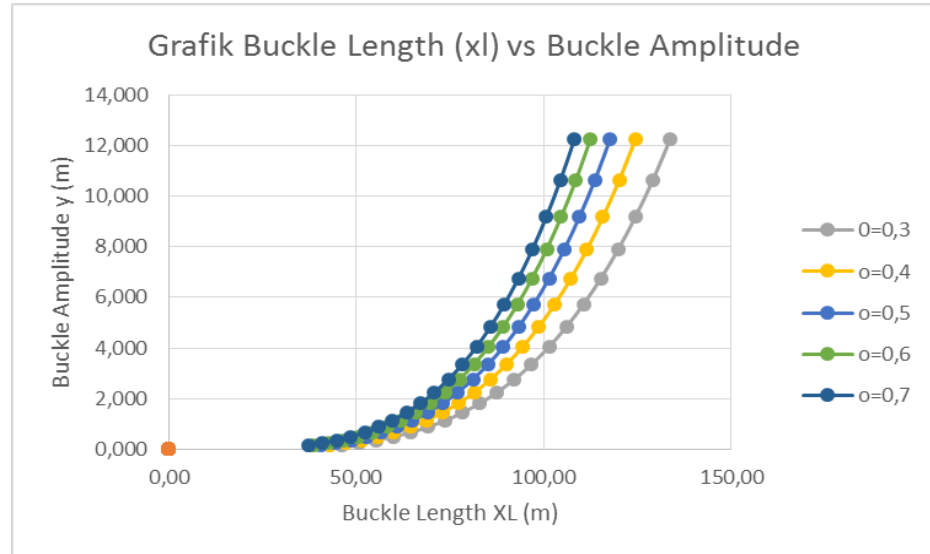
Berdasarkan tabel hasil perhitungan tegangan axial ( $P_0$ ), panjang buckling (xL) yang terjadi pada setiap koefisien friksi, varian temperatur (T), dan dengan adanya range variasi panjang buckling dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui hubungan antara 20 nilai panjang buckling (xL) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur (T), sebagai berikut.



**Gambar 4.15.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.

Berdasarkan grafik hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 3, semakin tinggi koefisien friksi, maka semakin tinggi pula temperatur yang dialami oleh pipa. Sebaliknya, semakin kecil koefisien friksi maka semakin panjang buckling yang terjadi. Seperti halnya pada mode 1, kurva hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) berhimpitan satu sama lain, dan penambahan panjang pada buckling, menandakan semakin rendah temperatur yang terjadi pada pipa.

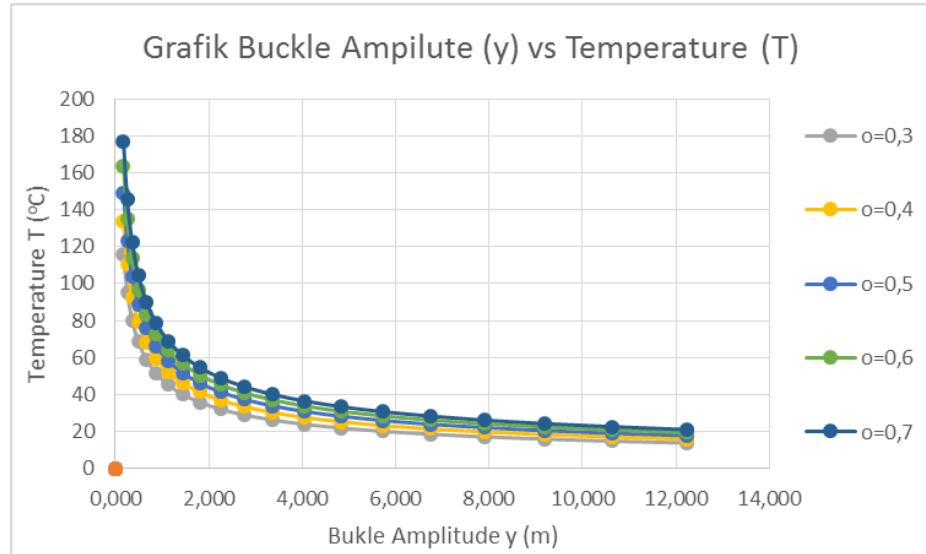
Berikut ini merupakan grafik hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.16.** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.

Grafik di atas menunjukkan hubungan antara panjang buckling ( $xL$ ) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi yang berbeda untuk mode 3. Sama seperti pada mode sebelumnya bahwa amplitudo buckling tidak dipengaruhi oleh perbedaan koefisien friksi. Meskipun koefisien friksi berbeda, amplitudo buckling memiliki nilai yang tetap/konstan. Sama seperti sebelumnya, semakin kecil koefisien friksi, maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan amplitudo buckling juga berbanding lurus dengan panjang buckling, yaitu semakin panjang buckling yang terjadi maka semakin tinggi pula amplitudo buckling yang terjadi pada masing-masing koefisien friksi yang berbeda

Selanjutnya grafik hubungan perbedaan panjang buckling ( $xL$ ) terhadap perubahan Temperatur ( $T$ ).



**Gambar 4.17.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap temperatur (T), pada setiap koefisien friksi untuk mode 3.

Pola grafik di atas hampir sama dengan grafik pada mode 1 dan 2, bahwa semakin besar koefisien friksinya, maka semakin tinggi temperatur yang dialami. Selanjutnya, amplitudo buckling juga tidak terpengaruh dengan adanya perbedaan koefisien friksi. Selain itu, peningkatan 11 panjang amplitudo pertama tidak terlalu drastis terhadap penurunan temperatur dan amplitudo mulai naik secara signifikan dengan adanya penurunan temperatur, hal ini berbeda dengan berbeda dengan mode infinite.

#### 4.5.5 Analisa Lateral Buckling pada Koefisien Friksi Sebenarnya (Mode 4)

Analisa lateral buckling pada mode 4 juga sama menggunakan metode seperti sebelumnya. Hanya saja proses analisa pada mode 4 menggunakan beberapa konstanta sebagai berikut yaitu,  $k_1 = 28,2$ ,  $k_2 = 2,144 \times 10^{-4}$ , dan  $k_3 = 1,608$ ,  $k_4 = 1,047 \times 10^{-2}$ . Dengan menggunakan panjang buckling minimum yang sama dengan mode sebelumnya dan juga pada setiap koefisien friksi yang berbeda, dapat diketahui tegangan axialnya serta temperatur yang dialami pipa serta tinggi buckling maksimum yang terjadi pada setiap koefisien friksi.

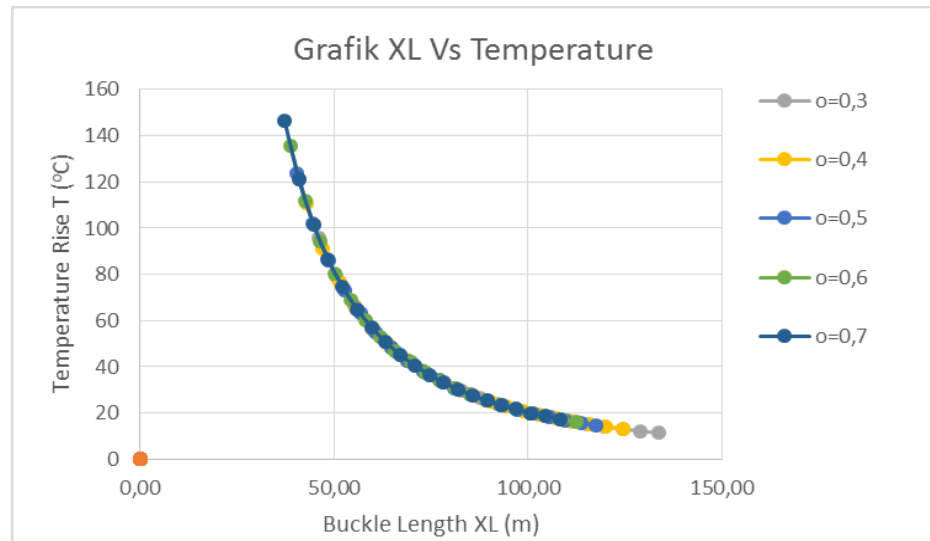


**Tabel 4.8.** Konstanta untuk *lateral buckling* mode 4 (Hobbs, 1981).

Mode	Contants			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
1	80,76	$6,391 \times 10^{-5}$	0,5	$2,407 \times 10^{-3}$
2	$4\pi^2$	$1,743 \times 10^{-4}$	1	$5,532 \times 10^{-3}$
3	34,06	$1,668 \times 10^{-4}$	1,294	$1,032 \times 10^{-2}$
4	28,2	$2,144 \times 10^{-4}$	1,608	$1,047 \times 10^{-2}$
$\infty$	$4\pi^2$	$1,4545 \times 10^{-5}$	Eqn. 28	$4,4495 \times 10^{-3}$

Perhitungan ini sama seperti pada mode-mode sebelumnya dimana semuanya dilakukan sebanyak 20 kali dengan rentang nilai  $L$  adalah  $0,1L$  hingga  $3L$  untuk mengetahui pola yang terjadi pada buckling antara panjang buckling ( $L$ ) terhadap tegangan axial, temperatur dan amplitudo buckling. Hasil perhitungan Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) dapat dilihat pada lampiran B.

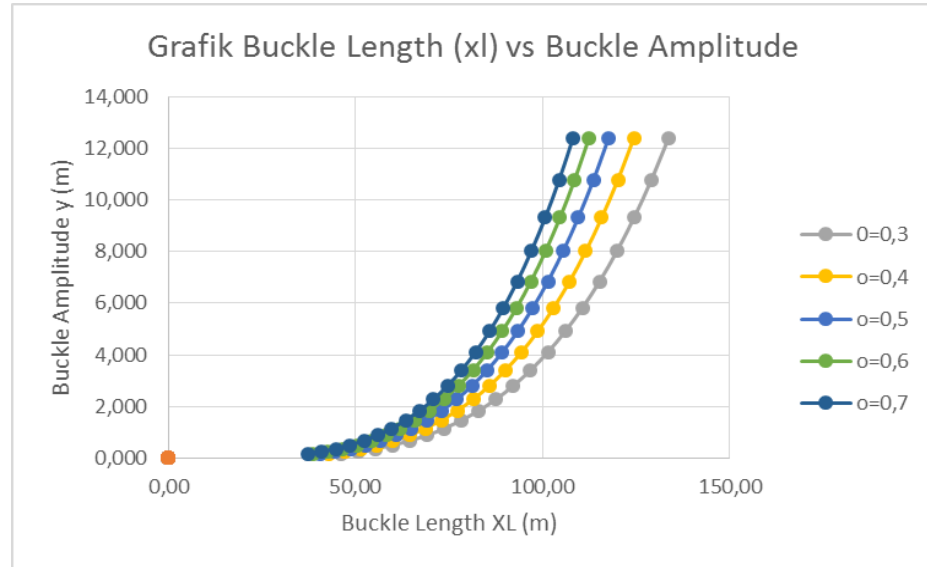
Dari tabel tersebut, telah didapatkan nilai tegangan axial ( $P_0$ ), panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi pada setiap koefisien friksi, varian temperatur ( $T$ ), dan dengan adanya range variasi panjang buckling dapat diketahui amplitudo ( $\hat{y}$ ) vertical buckling yang terjadi pada pipa. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui hubungan antara 20 nilai panjang buckling ( $xL$ ) yang diakibatkan oleh perubahan Temperatur ( $T$ ), sebagai berikut.



**Gambar 4.18.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.

Grafik hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) pada setiap koefisien friksi untuk mode 4 di atas hampir sama dengan grafik pada mode 1, 2 dan 3. Semakin tinggi koefisien friksi, maka semakin tinggi pula temperatur yang terjadi pada pipa. Sebaliknya, semakin kecil koefisien friksi maka semakin panjang buckling yang terjadi. Seperti halnya pada mode 1, 2, dan 3, kurva hubungan panjang buckling (xL) terhadap perubahan temperatur (T) berhimpitan satu sama lain, dan penambahan panjang pada buckling, menandakan semakin rendah temperatur yang terjadi pada pipa.

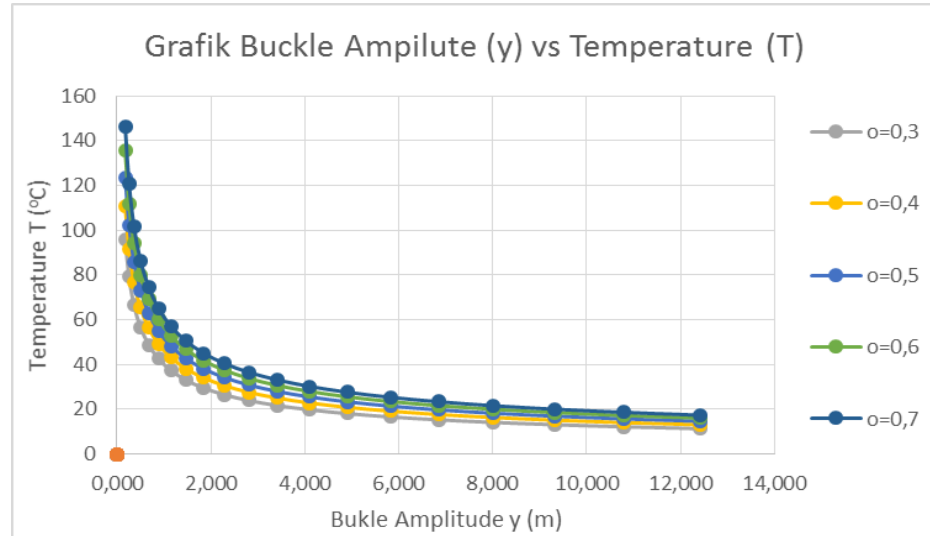
Berikut ini merupakan grafik hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ).



**Gambar 4.19.** Grafik hubungan 20 panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.

Grafik di atas menunjukkan hubungan antara panjang buckling (xL) terhadap amplitudo buckling ( $\hat{y}$ ) pada setiap koefisien friksi yang berbeda untuk mode 4. Sama seperti pada mode sebelumnya bahwa amplitudo buckling tidak dipengaruhi oleh perbedaan koefisien friksi. Meskipun koefisien friksi berbeda, amplitudo buckling memiliki nilai yang tetap/konstan. Sama seperti sebelumnya, semakin kecil koefisien friksi, maka semakin panjang buckling yang terjadi. Sedangkan amplitudo buckling juga berbanding lurus dengan panjang buckling, yaitu semakin panjang buckling yang terjadi maka semakin tinggi pula amplitudo buckling yang terjadi pada masing-masing koefisien friksi yang berbeda.

Selanjutnya grafik hubungan perbedaan panjang buckling (xL) terhadap perubahan Temperatur (T), dapat ditampilkan pada grafik berikut ini.



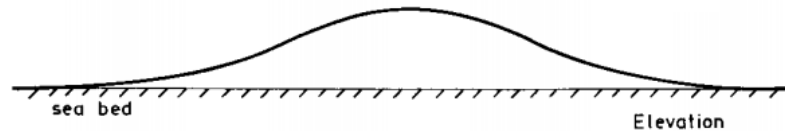
**Gambar 4.20.** Grafik hubungan 20 panjang buckling ( $xL$ ) terhadap temperatur ( $T$ ), pada setiap koefisien friksi untuk mode 4.

Sama dengan mode 1, 2, dan 3. Pola grafik di atas menunjukkan bahwa semakin besar koefisien friksinya, maka semakin tinggi temperatur yang dialami. Selanjutnya, amplitudo buckling juga tidak terpengaruh dengan adanya perbedaan koefisien friksi. Selain itu, peningkatan 11 panjang amplitudo pertama tidak terlalu drastis terhadap penurunan temperatur dan amplitudo mulai naik secara signifikan, dengan adanya penurunan temperatur, hal ini berbeda dengan mode infinite, tetapi sama dengan mode 1, 2, dan 3.

#### 4.6 Perbandingan Hasil dari Metode Hobbs pada *Vertical Buckling* dengan *Lateral Buckling*

Dalam membandingkan hasil analitik numerik pada vertical buckling dengan lateral buckling dalam metode Hobbs tidak dapat dilakukan pada seluruh variabel, karena ada beberapa variabel yang tidak dimiliki oleh vertical buckling sebagaimana yang ada pada lateral buckling. Hal ini terjadi karena lateral buckling memiliki lebih banyak mode. Dimana dalam metode ini, dijelaskan bahwa mode 1 yang terdapat pada lateral buckling memiliki pola hampir sama dengan vertical buckling.

Sebagaimana yang terdapat pada gambar di bawah bahwa bentuk *lateral buckling* seperti kurva sinus, dimana terdapat puncak dan lembah gelombang yang melewati titik pusat kesetimbangan, sehingga hal ini menyerupai dengan *vertical buckling*. Berdasarkan bentuk yang sama tersebut diasumsikan bahwa koefisien friksi lateral sama dengan koefisien friksi untuk pergerakan secara axial pada panjang pipa ( $L_s$ ) yang berdekatan.



**Gambar 4.21.** Vertical buckling (Hobbs, 1981).



**Gambar 4.22.** Bentuk *lateral buckling* mode 1 (Hobbs, 1981).

Meskipun keduanya hampir sama, mode tersebut memiliki sedikit perbedaan pada keseimbangan, bentuk *Mode 1* pada lateral buckling membutuhkan tegangan lateral terpusat dengan  $\phi wL/2$  pada setiap ujung *buckling*. Tetapi pada lateral *buckling* tidak dapat disamakan untuk koefisien friksinya, sehingga pipa yang mulanya lurus akan memiliki beberapa kemungkinan bentuk yang akan terjadi dimana hal ini berbeda dengan vertical buckling yang hanya memiliki satu bentuk saja.

Meski demikian, persamaan diferensial untuk defleksi yang digunakan tidak berubah. Hanya saja yang semula  $m = w/EI$ , diganti dengan  $m = \phi w/EI$  karena diasumsikan bahwa tegangan friksi lateral berpindah dimana-mana. Kondisi boundary tidak berubah, tetapi untuk kondisi *slope* nol yaitu pada  $x = \pm L/2$  berubah karena kondisi tegangan geser pada lokasi yang sama. Sehingga dalam penelitian ini, perbandingan dilakukan antara vertical buckling pada koefisien friksi sebenarnya dengan lateral buckling mode 1.

Berdasarkan grafik yang didapatkan antara vertical buckling pada masing-masing koefisien friksi dengan lateral buckling mode 1 dapat dilihat pada grafik hubungan antara panjang buckling ( $x_L$ ) dengan temperatur ( $T$ ), yaitu **Gambar 4.4** dengan **Gambar 4.11**.

Pada vertical buckling, dengan semakin meningkatnya variasi panjang buckling, dari temperatur yang sangat tinggi turun secara signifikan hingga panjang buckling ( $x_L$ ) ke-10 kemudian mengalami peningkatan temperatur ( $T$ ) secara perlahan.

Kondisi ini sedikit berbeda dengan lateral buckling mode 1. Dimana semakin panjang buckling ( $x_L$ ) yang terjadi, maka temperatur ( $T$ ) akan semakin mengalami penurunan dari temperatur ( $T$ ) yang sangat tinggi. Hal ini terjadi akibat adanya pengaruh tegangan axial ( $P_0$ ) yang berbeda antara vertical buckling dengan lateral buckling dimana pada vertical buckling dibutuhkan tegangan axial ( $P_0$ ) yang lebih besar dibandingkan pada lateral buckling. Untuk perbandingan antara panjang buckling ( $x_L$ ) dengan amplitudo buckling ( $y$ ) terlihat hampir sama pola yang dimiliki yaitu panjang buckling ( $x_L$ ) tidak mempengaruhi amplitudo ( $y$ ) buckling.

#### 4.7 Perbandingan Hasil dengan DNV RP F110

##### 4.7.1 Vertical Buckling menggunakan DNV RP F110

Analisa Tegangan axial ( $S_{eff}$ ) dilakukan pada rentang koefisien friksi  $0,3 \leq \phi \leq 0,7$ . Dengan menggunakan persamaan 38, maka didapatkan tegangan axial ( $S_{eff}$ ) sebagai berikut:

**Tabel 4.9.** Nilai tegangan axial efektif ( $S_{eff}$ ) pada vertical buckling.

No.	Koefisien Friksi	$S_{eff}$ atau $P_0$ (Pa)
1	0,03	9643960,454
2	0,04	9643983,556
3	0,05	9644006,658
4	0,06	9644029,760
5	0,07	9644052,861

Berdasarkan tabel di atas, semakin tinggi koefisien friksi mengakibatkan semakin tinggi pula tegangna axial ( $S_{eff}$ ) yang terjadi.

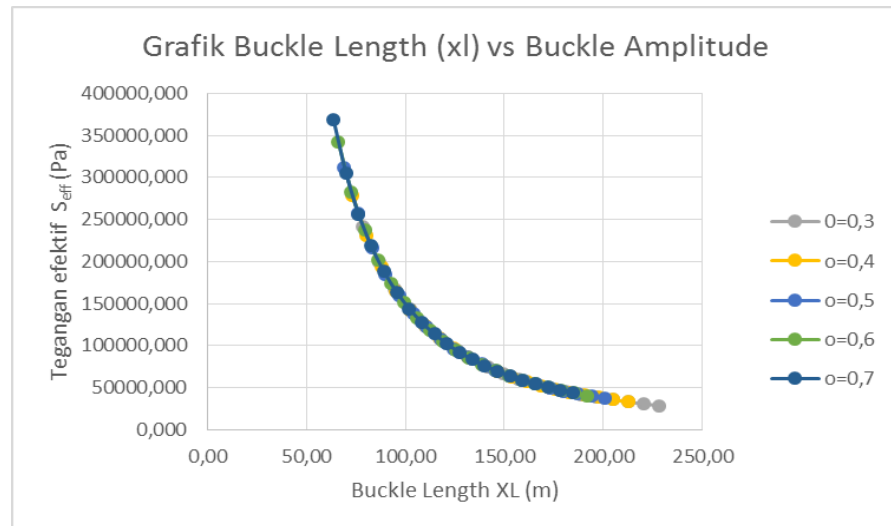
#### 4.7.2 Lateral Buckling menggunakan DNV RP F110

Sama seperti sebelumnya, analisa ini dilakukan pada koefisien friksi  $0,3 \leq \phi \leq 0,7$  dan rentang variasi panjang buckling sebanyak 20 (dengan rentang nilai  $0,1L-3L$ ). Dari setiap koefisien friksi yang ada, didapatkan nilai panjang buckling minimum sebagai berikut:

**Tabel 4.10.** Nilai panjang buckling minimum (L) untuk lateral buckling.

No.	koefisien friksi	Panjang Buckling L (m)
1	0,30	157,40
2	0,40	146,48
3	0,50	138,53
4	0,60	132,36
5	0,70	127,35

Dengan hasil tersebut, maka didapatkan tegangan axial efektif ( $S_{eff}$ ) yang terjadi pada masing-masing koefisien friksi ( $\phi$ ) terlampir pada lampiran C.



**Gambar 4.23.** Grafik hubungan panjang buckling (L) terhadap tegangan efektif DNV RP F110.

Berdasarkan grafik di atas, terjadi penurunan tegangan axial efektif ( $S_{eff}$ ) dari awalnya yang sangat tinggi kemudian turun perlahan bersamaan dengan bertambahnya panjang buckling yang terjadi.

#### 4.7.3 Perbandingan Hasil Menggunakan Metode Hobbs dengan DNV RP F110

Dalam pembahasan ini, hasil yang dapat dibandingkan antara Metode Hobbs dengan DNV RP F110 yaitu pada tegangan axial yang mengakibatkan terjadinya buckling.

##### 4.7.3.1 Vertical Buckling

Dalam analisa design pada DNV RP F110, tegangan axial ( $S_{eff}$ ) tidak dipengaruhi panjang buckling. Sehingga pada koefisien friksi yang sama, tegangan axial ( $S_{eff}$ ) terjadi akan konstan, namun akan semakin bertambah dengan adanya peningkatan koefisien friksi ( $\phi$ ).

Sebaliknya, metode Hobbs menggunakan panjang buckling (L) ke dalam salah satu variabelnya. Sehingga setiap perubahan panjang buckling akan mempengaruhi tegangan axial ( $P_0$ ) yang dialami pipa hingga terjadi buckling.



#### **4.7.3.2 Lateral Buckling**

Dalam analisa design pada DNV RP F110 tidak dijelaskan secara mendetail setiap mode buckling yang terjadi sebagaimana pada metode Hobbs. tetapi pola yang sama terjadi antara hasil dari metode Hobbs mode 1-4 dengan hasil dari DNV RP F110. Berdasarkan tabel tersebut dijelaskan bahwa keduanya berawal dari tegangan axial yang tinggi, kemudian beranjak turun bersama naiknya panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi.

Namun hal ini berbeda dengan hasil metode Hobbs untuk lateral buckling mode infinite. Pada mode ini, tegangan axial ( $P_0$ ) beranjak turun dari mula-mula yang sangat tinggi, kemudian naik kembali pada variasi ke-12.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan proses analisa dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Hubungan antara koefisien friksi terhadap perubahan panjang *buckling* (L), amplitudo *buckling* ( $\hat{y}$ ) dan temperatur (T)
  - a. Vertical buckling : Semakin besar koefisien friksi ( $\phi$ ), maka temperatur (T) semakin meningkat hingga 12,95%. Sebaliknya, koefisien friksi tidak berpengaruh terhadap panjang buckling (L) dan amplitudo buckling (y)
  - b. Lateral buckling : Semakin besar koefisien friksi ( $\phi$ ), maka panjang buckling (L) akan semakin berkurang hingga 6,94 %, temperatur (T) meningkat hingga 13,4 %, namun tidak mempengaruhi amplitudo buckling (y).
2. Perbandingan antara *vertical buckling* dengan *lateral buckling* diantaranya:
  - a. Pada kurva vertical buckling, koefisien friksi tidak mempengaruhi hubungan antara panjang buckling (L) dengan amplitudo buckling (y). Sedangkan pada lateral buckling mode 1, semakin tinggi koefisien friksi pada amplitudo buckling (y) yang sama, maka panjang buckling ( $xL$ ) yang terjadi akan semakin berkurang hingga 6,94 %.
  - b. Pada lateral buckling, semakin meningkatnya panjang buckling, dari temperatur yang sangat tinggi turun secara signifikan hingga panjang buckling (L) ke-10 kemudian mengalami peningkatan temperatur (T) hingga 12,95 %. Berbeda dengan lateral buckling mode 1. Dimana semakin panjang buckling (L) yang terjadi, maka temperatur (T) akan mengalami penurunan hingga 13,4 %.

3. Perbandingan hasil antara menggunakan metode Hobbs dan menggunakan DNV.

a. Vertical Buckling

Pada DNV RP F110, semakin tinggi koefisien friksi maka tegangan axial ( $S_{eff}$ ) meningkat sebesar 0,00024 %. Sebaliknya pada metode Hobbs, tegangan axial mengalami penurunan dan peningkatan hingga 12,95 %.

b. Lateral Buckling

Pada metode Hobbs mode 1-4 dan DNV RP F110 memiliki kesamaan pola yaitu berawal dari tegangan axial yang tinggi, kemudian beranjak turun bersama naiknya panjang buckling ( $L$ ) yang terjadi. Namun hal ini berbeda dengan hasil metode Hobbs untuk lateral buckling mode infinite dimana tegangan axial ( $P_0$ ) semakin turun, kemudian naik pada variasi ke-12, dengan prosentase penurunan dan peningkatan hingga 13,4 %.

## 5.2 Saran

1. Pada analisa ini hanya menggunakan satu metode sebagai pembandingan yaitu DNV RP F110, dimana DNV RP F110 lebih membahas offshore pipeline design. Sehingga perlu dilakukan perbandingan dengan metode lain yang memiliki focus pembahasan yang sama dengan metode Hobbs yaitu terhadap analitik saat kondisi buckling.

## DAFTAR PUSTAKA

- DNV RP F110. 2007. *Global Buckling of Submarine Pipelines, Structural Design due to High Temperature/High Pressure*. Det Norske Veritas. Norway.
- Febrian, Dian. 2013. *Perbandingan Analisa Free Span Menggunakan DNV RP F-105 "Freespanning Pipeline" dengan DNV 1981 "Rule for Submarine Pipelines System"*. Tugas Akhir, Jurusan Teknik Kelautan-FTK, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Hobbs, R. E. 1981. *Pipeline Buckling Caused by Axial Loads*. Jurnal. Journal of Constructional Steel Research: Vol. 1, No. 2. London.
- Irawan, D. 2014. *Studi Kuat Tekan Kolom Baja Profil C dengan Perkuatan Tulangan Tranversal dan Cover Plate*. Tugas Akhir, Universitas Atma Jaya, Yogyakarta.
- Popov, E. P. 1989. *Mekanika Teknik (Mechanics of Materials)*. Jakarta: Erlangga.
- Prayoga, Friga Surya. 2011. *Studi Pengaruh Temperatur, Tekanan Internal, dan Kedalaman Tanah terhadap Mekanisme Upheaval Buckling pada Onshore Pipeline*. Tugas Akhir, Jurusan Teknik Kelautan-FTK, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Shi, Ruowei, Wang, Kuanjun, Long, Fan. dan Li, Hongwei. 2013. *Vertical Buckling of Offshore Pipelines with Geometrical Imperfection on Soft Seabed*. Jurnal. EJGE, Vol. 18. London.
- Soegiono. 2007. *Pipa Bawah Laut*. Surabaya: Airlangga University Press.
- Wright, Douglas. 2005. *Notes on: Design and Analysis of Machine Elements*. Department of Mechanical and Materials Engineering, The University of Western Australia. Perth.
- Xiaodi, Song, dan Xiaoxian, Song. 2012. *Study of Lateral Buckling of Submarine Pipeline*. Jurnal. 2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT). China.

## LAMPIRAN A

### HASIL PERHITUNGAN VERTICAL BUCKLING

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi tinggi.

No	xL (m)		P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)			
1	0,100	7,38	969966422,612	10718	0,000
2	0,245	18,07	161594438,396	1786	0,003
3	0,390	28,77	63783001,674	705	0,020
4	0,535	39,46	33964062,229	375	0,072
5	0,680	50,15	21296431,392	235	0,188
6	0,825	60,85	15270510,993	169	0,408
7	0,970	71,54	13002007,519	144	0,780
8	1,115	82,24	14014555,918	155	1,362
9	1,260	92,93	19046923,423	210	2,221
10	1,405	103,63	29783761,929	329	3,433
11	1,550	114,32	48871582,293	540	5,085
12	1,695	125,02	80048336,297	885	7,272
13	1,840	135,71	128331182,468	1418	10,099
14	1,985	146,41	200241940,658	2213	13,678
15	2,130	157,10	304061818,786	3360	18,135
16	2,275	167,80	450111652,663	4974	23,600
17	2,420	178,49	651055860,225	7194	30,217
18	2,565	189,19	922229198,418	10190	38,137
19	2,710	199,88	1281985837,287	14166	45,519
20	2,855	210,58	1752070481,647	19360	58,535

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,3$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,100	7,38	969966419,38	$\infty$	$\infty$	0,000
2	0,245	18,07	161593739,17	$\infty$	$\infty$	0,003
3	0,390	28,77	63771625,21	$\infty$	$\infty$	0,020
4	0,535	39,46	33888249,43	33958701,808	375	0,072
5	0,680	50,15	20976782,43	21164285,400	234	0,188
6	0,825	60,85	14251113,60	14631747,304	162	0,408
7	0,970	71,54	10308921,45	10986710,267	121	0,780
8	1,115	82,24	7802018,29	8910248,971	98	1,362
9	1,260	92,93	6109639,83	7812842,977	86	2,221
10	1,405	103,63	4913648,10	7409592,439	82	3,433
11	1,550	114,32	4037321,20	7558935,965	84	5,085
12	1,695	125,02	3376115,49	8193329,704	91	7,272
13	1,840	135,71	2864976,43	9286478,817	103	10,099
14	1,985	146,41	2461703,12	10836629,467	120	13,678
15	2,130	157,10	2137949,74	12857504,851	142	18,135
16	2,275	167,80	1874104,90	15373125,605	170	23,600
17	2,420	178,49	1656250,29	18414715,106	203	30,217
18	2,565	189,19	1474286,74	22018777,165	243	38,137
19	2,710	199,88	1320742,39	26225860,015	290	47,519
20	2,855	210,58	1189993,18	31079736,412	343	58,535

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,04$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,100	7,38	969966419,38	$\infty$	$\infty$	0,000
2	0,245	18,07	161593739,17	$\infty$	$\infty$	0,003

(LANJUTAN) Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,04$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
3	0,390	28,77	63771625,21	$\infty$	$\infty$	0,020
4	0,535	39,46	33888249,43	33963096,303	375	0,072
5	0,680	50,15	20976782,43	21189467,954	234	0,188
6	0,825	60,85	14251113,60	14687874,459	162	0,408
7	0,970	71,54	10308921,45	11089427,942	123	0,780
8	1,115	82,24	7802018,29	9079967,423	100	1,362
9	1,260	92,93	6109639,83	8074896,184	89	2,221
10	1,405	103,63	4913648,10	7794500,481	86	3,433
11	1,550	114,32	4037321,20	8102682,938	90	5,085
12	1,695	125,02	3376115,49	8937638,559	99	7,272
13	1,840	135,71	2864976,43	10279078,278	114	10,099
14	1,985	146,41	2461703,12	12131511,910	134	13,678
15	2,130	157,10	2137949,74	14515175,250	160	18,135
16	2,275	167,80	1874104,90	17460842,052	193	23,600
17	2,420	178,49	1656250,29	21006721,496	232	30,217
18	2,565	189,19	1474286,74	25196528,663	278	38,137
19	2,710	199,88	1320742,39	30078241,869	332	47,519
20	2,855	210,58	1189993,18	35703276,624	395	58,535

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,05$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,100	7,38	969966419,38	$\infty$	$\infty$	0,000
2	0,245	18,07	161593739,17	$\infty$	$\infty$	0,003
3	0,390	28,77	63771625,21	$\infty$	$\infty$	0,020
4	0,535	39,46	33888249,43	33963963,189	375	0,072

(LANJUTAN) Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,05$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
5	0,680	50,15	20976782,43	21210218,125	234	0,188
6	0,825	60,85	14251113,60	14736324,990	163	0,408
7	0,970	71,54	10308921,45	11179158,865	124	0,780
8	1,115	82,24	7802018,29	9228877,159	102	1,362
9	1,260	92,93	6109639,83	8305259,654	92	2,221
10	1,405	103,63	4913648,10	8133178,998	90	3,433
11	1,550	114,32	4037321,20	8581360,984	95	5,085
12	1,695	125,02	3376115,49	9593062,153	106	7,272
13	1,840	135,71	2864976,43	11153288,122	123	10,099
14	1,985	146,41	2461703,12	13272069,420	147	13,678
15	2,130	157,10	2137949,74	15975381,174	177	18,135
16	2,275	167,80	1874104,90	19299947,901	213	23,600
17	2,420	178,49	1656250,29	23290134,239	257	30,217
18	2,565	189,19	1474286,74	27996009,157	309	38,137
19	2,710	199,88	1320742,39	33472097,481	370	47,519
20	2,855	210,58	1189993,18	39776548,495	440	58,535

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,06$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,100	7,38	969966419,38	$\infty$	$\infty$	0,000
2	0,245	18,07	161593739,17	$\infty$	$\infty$	0,003
3	0,390	28,77	63771625,21	$\infty$	$\infty$	0,020
4	0,535	39,46	33888249,43	33961427,940	375	0,072
5	0,680	50,15	20976782,43	21227638,242	235	0,188
6	0,825	60,85	14251113,60	14779216,006	163	0,408



**(LANJUTAN)** Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,06$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
7	0,970	71,54	10308921,45	11259587,536	124	0,780
8	1,115	82,24	7802018,29	9362944,930	103	1,362
9	1,260	92,93	6109639,83	8513062,927	94	2,221
10	1,405	103,63	4913648,10	8438977,081	93	3,433
11	1,550	114,32	4037321,20	9013782,297	100	5,085
12	1,695	125,02	3376115,49	10185316,153	113	7,272
13	1,840	135,71	2864976,43	11943374,216	132	10,099
14	1,985	146,41	2461703,12	14302980,242	158	13,678
15	2,130	157,10	2137949,74	17295299,571	191	18,135
16	2,275	167,80	1874104,90	20962437,664	232	23,600
17	2,420	178,49	1656250,29	25354324,885	280	30,217
18	2,565	189,19	1474286,74	30526775,121	337	38,137
19	2,710	199,88	1320742,39	36540232,132	404	47,519
20	2,855	210,58	1189993,18	43458933,330	480	58,535

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,07$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,100	7,38	969966419,38	$\infty$	$\infty$	0,000
2	0,245	18,07	161593739,17	$\infty$	$\infty$	0,003
3	0,390	28,77	63771625,21	$\infty$	$\infty$	0,020
4	0,535	39,46	33888249,43	33955104,629	375	0,072
5	0,680	50,15	20976782,43	21242384,343	235	0,188
6	0,825	60,85	14251113,60	14817811,247	164	0,408
7	0,970	71,54	10308921,45	11332908,230	125	0,780
8	1,115	82,24	7802018,29	9485719,932	105	1,362

**(LANJUTAN)** Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur ( $T$ ), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi ( $\phi = 0,07$ ).

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
9	1,260	92,93	6109639,83	8703733,323	96	2,221
10	1,405	103,63	4913648,10	8719828,089	96	3,433
11	1,550	114,32	4037321,20	9411125,117	104	5,085
12	1,695	125,02	3376115,49	10729679,417	119	7,272
13	1,840	135,71	2864976,43	12669694,334	140	10,099
14	1,985	146,41	2461703,12	15250787,333	169	13,678
15	2,130	157,10	2137949,74	18508897,999	205	18,135
16	2,275	167,80	1874104,90	22491081,045	249	23,600
17	2,420	178,49	1656250,29	27252385,745	301	30,217
18	2,565	189,19	1474286,74	32853909,512	363	38,137
19	2,710	199,88	1320742,39	39361539,525	435	47,519
20	2,855	210,58	1189993,18	46845112,118	518	58,535

## LAMPIRAN B

### HASIL PERHITUNGAN LATERAL BUCKLING

#### 1. MODE INFINITE

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) koefisien friksi tinggi pada koefisien friksi  $\phi = 0,3$  dan  $L_{\min} = 111,33$  m.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	55,67	8324271,026	8335109,897	92	0,075
2	0,550	61,23	6879562,832	6898764,552	76	0,109
3	0,600	66,80	5780743,768	5813108,462	64	0,155
4	0,650	72,37	4925604,158	4977921,315	55	0,213
5	0,700	77,93	4247077,054	4328688,720	48	0,286
6	0,750	83,50	3699676,012	3823137,521	42	0,377
7	0,800	89,07	3251668,37	3433514,441	38	0,489
8	0,850	94,63	2880370,597	3141994,582	35	0,623
9	0,900	100,20	2569219,453	2937873,543	32	0,783
10	0,950	105,77	2305892,251	2815816,462	31	0,971
11	1,000	111,33	2081067,757	2774755,468	31	1,193
12	1,050	116,90	1887589,802	2817197,679	31	1,450
13	1,100	122,47	1719890,708	2948800,803	33	1,746
14	1,150	128,03	1573586,205	3178128,033	35	2,086
15	1,200	133,60	1445185,942	3516526,348	39	2,473
16	1,250	139,17	1331883,364	3978091,979	44	2,912
17	1,300	144,73	1231401,039	4579699,127	51	3,406
18	1,350	150,30	1141875,312	5341075,816	59	3,962
19	1,400	155,87	1061769,264	6284915,857	69	4,582
20	1,450	161,43	989806,3051	7437019,244	82	5,272

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) koefisien friksi tinggi pada koefisien friksi  $\phi = 0,4$  dan  $L_{\min} = 103,61$  m.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	51,80	9612040,236	9624555,885	106	0,075
2	0,550	56,98	7943834,906	7966007,142	88	0,109
3	0,600	62,16	6675027,941	6712399,471	74	0,155
4	0,650	67,34	5687597,773	5748008,423	64	0,213
5	0,700	72,52	4904102,161	4998339,195	55	0,286
6	0,750	77,70	4272017,883	4414578,954	49	0,377
7	0,800	82,89	3754703,217	3964680,974	44	0,489
8	0,850	88,07	3325965,479	3628062,835	40	0,623
9	0,900	93,25	2966679,085	3392364,162	37	0,783
10	0,950	98,43	2662615,024	3251424,785	36	0,971
11	1,000	103,61	2403010,059	3204011,632	35	1,193
12	1,050	108,79	2179600,96	3253019,677	36	1,450
13	1,100	113,97	1985958,726	3404981,875	38	1,746
14	1,150	119,15	1817020,838	3669786,151	41	2,086
15	1,200	124,33	1668756,985	4060534,868	45	2,473
16	1,250	129,51	1537926,438	4593504,950	51	2,912
17	1,300	134,69	1421899,443	5288181,047	58	3,406
18	1,350	139,87	1318524,038	6167343,120	68	3,962
19	1,400	145,05	1226025,54	7257195,724	80	4,582
20	1,450	150,23	1142929,873	8587530,124	95	5,272

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) koefisien friksi tinggi pada koefisien friksi  $\phi = 0,5$  dan  $L_{\min} = 97,98$  m.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	48,99	10746587,68	10760580,606	119	0,075
2	0,550	53,89	8881477,425	8906266,740	98	0,109
3	0,600	58,79	7462908,114	7504690,754	83	0,155
4	0,650	63,69	6358927,624	6426468,784	71	0,213
5	0,700	68,59	5482952,9	5588313,107	62	0,286
6	0,750	73,49	4776261,193	4935649,316	55	0,377
7	0,800	78,39	4197885,814	4432648,083	49	0,489
8	0,850	83,29	3718542,451	4056297,563	45	0,623
9	0,900	88,19	3316848,051	3792778,436	42	0,783
10	0,950	93,09	2976894,095	3635203,421	40	0,971
11	1,000	97,98	2686646,921	3582193,905	40	1,193
12	1,050	102,88	2436867,956	3636986,565	40	1,450
13	1,100	107,78	2220369,356	3806885,467	42	1,746
14	1,150	112,68	2031491,056	4102945,649	45	2,086
15	1,200	117,58	1865727,029	4539815,995	50	2,473
16	1,250	122,48	1719454,03	5135694,661	57	2,912
17	1,300	127,38	1589731,906	5912366,149	65	3,406
18	1,350	132,28	1474154,689	6895299,229	76	3,962
19	1,400	137,18	1370738,225	8113791,482	90	4,582
20	1,450	142,08	1277834,445	9601150,559	106	5,272

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) koefisien friksi tinggi pada koefisien friksi  $\phi = 0,6$  dan  $L_{\min} = 93,62$  m.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	46,81	11772296,98	11787625,460	130	0,075
2	0,550	51,49	9729171,06	9756326,393	108	0,109
3	0,600	56,17	8175206,238	8220976,827	91	0,155
4	0,650	60,85	6965856,203	7039843,836	78	0,213
5	0,700	65,53	6006273,971	6121690,295	68	0,286
6	0,750	70,21	5232131,992	5406732,933	60	0,377
7	0,800	74,90	4598553,509	4855722,689	54	0,489
8	0,850	79,58	4073459,163	4443451,350	49	0,623
9	0,900	84,26	3633424,995	4154780,610	46	0,783
10	0,950	88,94	3261024,095	3982165,830	44	0,971
11	1,000	93,62	2943074,246	3924096,815	43	1,193
12	1,050	98,30	2669455,098	3984119,166	44	1,450
13	1,100	102,98	2432292,765	4170234,088	46	1,746
14	1,150	107,66	2225386,953	4494551,768	50	2,086
15	1,200	112,34	2043801,559	4973119,254	55	2,473
16	1,250	117,02	1883567,517	5625871,629	62	2,912
17	1,300	121,70	1741464,051	6476672,616	72	3,406
18	1,350	126,39	1614855,553	7553421,857	83	3,962
19	1,400	131,07	1501568,493	8888213,243	98	4,582
20	1,450	135,75	1399797,501	10517533,478	116	5,272

Tabel hasil perhitungan nilai tekanan ( $P_0$ ), varian temperatur (T), dan amplitudo ( $\hat{y}$ ) koefisien friksi tinggi pada koefisien friksi  $\phi = 0,7$  dan  $L_{\min} = 90,08$  m.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	45,04	12715534,03	12732090,676	141	0,075
2	0,550	49,54	10508705,81	10538036,920	116	0,109
3	0,600	54,05	8830231,964	8879669,850	98	0,155
4	0,650	58,55	7523984,632	7603900,410	84	0,213
5	0,700	63,06	6487517,361	6612181,239	73	0,286
6	0,750	67,56	5651348,457	5839939,027	65	0,377
7	0,800	72,06	4967005,48	5244779,942	58	0,489
8	0,850	76,57	4399838,764	4799476,001	53	0,623
9	0,900	81,07	3924547,539	4487675,965	50	0,783
10	0,950	85,58	3522308,595	4301230,694	48	0,971
11	1,000	90,08	3178883,507	4238508,989	47	1,193
12	1,050	94,58	2883341,049	4303340,538	48	1,450
13	1,100	99,09	2627176,452	4504367,630	50	1,746
14	1,150	103,59	2403692,633	4854670,761	54	2,086
15	1,200	108,10	2207557,991	5371582,725	59	2,473
16	1,250	112,60	2034485,444	6076635,872	67	2,912
17	1,300	117,10	1880996,158	6995605,969	77	3,406
18	1,350	121,61	1744243,351	8158628,073	90	3,962
19	1,400	126,11	1621879,34	9600367,551	106	4,582
20	1,450	130,62	1511954,106	11360234,543	126	5,272

## 2. MODE 1

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,3$  dan  $L_{\min} = 111,33$  m untuk mode 1.

No	xL (m)		P	P <sub>0</sub>	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	55,67	17028751	17028750,616	188	0,040
2	0,550	61,23	14073348	14073347,616	156	0,059
3	0,600	66,80	11825521	11825521,261	131	0,084
4	0,650	72,37	10076184	10076183,796	111	0,115
5	0,700	77,93	8688138	8688138,069	96	0,155
6	0,750	83,50	7568334	7568333,607	84	0,204
7	0,800	89,07	6651856	6651855,709	74	0,264
8	0,850	94,63	5892301	5892301,251	65	0,337
9	0,900	100,20	5255787	5255787,227	58	0,423
10	0,950	105,77	4717105	4717105,434	52	0,526
11	1,000	111,33	4257188	4257187,654	47	0,645
12	1,050	116,90	3861395	3861394,697	43	0,784
13	1,100	122,47	3518337	3518336,904	39	0,945
14	1,150	128,03	3219045	3219045,485	36	1,128
15	1,200	133,60	2956380	2956380,315	33	1,338
16	1,250	139,17	2724600	2724600,098	30	1,575
17	1,300	144,73	2519046	2519045,949	28	1,843
18	1,350	150,30	2335905	2335905,434	26	2,143
19	1,400	155,87	2172035	2172034,517	24	2,479
20	1,450	161,43	2024822	2024821,714	22	2,852



Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,4$  dan  $L_{\min} = 103,61$  m untuk mode 1.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	51,80	19663108	19663107,504	217	0,040
2	0,550	56,98	16250502	16250502,069	180	0,059
3	0,600	62,16	13654936	13654935,766	151	0,084
4	0,650	67,34	11634975	11634974,854	129	0,115
5	0,700	72,52	10032198	10032197,706	111	0,155
6	0,750	77,70	8739159	8739158,891	97	0,204
7	0,800	82,89	7680901	7680901,369	85	0,264
8	0,850	88,07	6803843	6803843,427	75	0,337
9	0,900	93,25	6068860	6068860,341	67	0,423
10	0,950	98,43	5446844	5446844,184	60	0,526
11	1,000	103,61	4915777	4915776,876	54	0,645
12	1,050	108,79	4458755	4458754,536	49	0,784
13	1,100	113,97	4062626	4062625,517	45	0,945
14	1,150	119,15	3717034	3717033,555	41	1,128
15	1,200	124,33	3413734	3413733,942	38	1,338
16	1,250	129,51	3146097	3146097,201	35	1,575
17	1,300	134,69	2908744	2908743,714	32	1,843
18	1,350	139,87	2697271	2697271,263	30	2,143
19	1,400	145,05	2508049	2508049,426	28	2,479
20	1,450	150,23	2338063	2338062,723	26	2,852

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,5$  dan  $L_{\min} = 97,98$  m untuk mode 1.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	48,99	21984023	21984022,514	243	0,040
2	0,550	53,89	18168614	18168613,648	201	0,059
3	0,600	58,79	15266682	15266682,301	169	0,084
4	0,650	63,69	13008297	13008297,345	144	0,115
5	0,700	68,59	11216338	11216338,017	124	0,155
6	0,750	73,49	9770677	9770676,673	108	0,204
7	0,800	78,39	8587509	8587508,794	95	0,264
8	0,850	83,29	7606928	7606928,205	84	0,337
9	0,900	88,19	6785192	6785192,134	75	0,423
10	0,950	93,09	6089757	6089756,929	67	0,526
11	1,000	97,98	5496006	5496005,628	61	0,645
12	1,050	102,88	4985039	4985039,119	55	0,784
13	1,100	107,78	4542153	4542153,412	50	0,945
14	1,150	112,68	4155770	4155769,851	46	1,128
15	1,200	117,58	3816671	3816670,575	42	1,338
16	1,250	122,48	3517444	3517443,602	39	1,575
17	1,300	127,38	3252074	3252074,336	36	1,843
18	1,350	132,28	3015641	3015640,948	33	2,143
19	1,400	137,18	2804085	2804084,504	31	2,479
20	1,450	142,08	2614034	2614033,593	29	2,852

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,6$  dan  $L_{\min} = 93,62$  m untuk mode 1.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	46,81	24082290	24082290,071	266	0,040
2	0,550	51,49	19902719	19902719,067	220	0,059
3	0,600	56,17	16723813	16723812,549	185	0,084
4	0,650	60,85	14249876	14249875,782	157	0,115
5	0,700	65,53	12286883	12286882,689	136	0,155
6	0,750	70,21	10703240	10703240,031	118	0,204
7	0,800	74,90	9407145	9407144,559	104	0,264
8	0,850	79,58	8332972	8332972,343	92	0,337
9	0,900	84,26	7432806	7432805,577	82	0,423
10	0,950	88,94	6670994	6670994,479	74	0,526
11	1,000	93,62	6020573	6020572,518	67	0,645
12	1,050	98,30	5460837	5460836,751	60	0,784
13	1,100	102,98	4975680	4975679,767	55	0,945
14	1,150	107,66	4552418	4552417,783	50	1,128
15	1,200	112,34	4180953	4180953,137	46	1,338
16	1,250	117,02	3853166	3853166,411	43	1,575
17	1,300	121,70	3562469	3562468,945	39	1,843
18	1,350	126,39	3303469	3303469,146	37	2,143
19	1,400	131,07	3071721	3071720,672	34	2,479
20	1,450	135,75	2863530	2863530,329	32	2,852

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,7$  dan  $L_{\min} = 90,08$  m untuk mode 1.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	45,04	26011846	26011846,229	287	0,040
2	0,550	49,54	21497394	21497393,578	238	0,059
3	0,600	54,05	18063782	18063782,103	200	0,084
4	0,650	58,55	15391625	15391624,987	170	0,115
5	0,700	63,06	13271350	13271350,117	147	0,155
6	0,750	67,56	11560821	11560820,546	128	0,204
7	0,800	72,06	10160877	10160877,433	112	0,264
8	0,850	76,57	9000639	9000638,833	99	0,337
9	0,900	81,07	8028348	8028347,601	89	0,423
10	0,950	85,58	7205498	7205497,570	80	0,526
11	1,000	90,08	6502962	6502961,557	72	0,645
12	1,050	94,58	5898378	5898377,830	65	0,784
13	1,100	99,09	5374348	5374348,394	59	0,945
14	1,150	103,59	4917173	4917173,200	54	1,128
15	1,200	108,10	4515946	4515945,526	50	1,338
16	1,250	112,60	4161895	4161895,397	46	1,575
17	1,300	117,10	3847906	3847906,247	43	1,843
18	1,350	121,61	3568154	3568154,490	39	2,143
19	1,400	126,11	3317838	3317837,529	37	2,479
20	1,450	130,62	3092966	3092966,258	34	2,852

### 3. MODE 2

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,3$  dan  $L_{\min} = 111,33$  m untuk mode 2.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	55,67	8324271	8324271,026	92	0,093
2	0,550	61,23	6879563	6879562,832	76	0,136
3	0,600	66,80	5780744	5780743,768	64	0,192
4	0,650	72,37	4925604	4925604,158	54	0,265
5	0,700	77,93	4247077	4247077,054	47	0,356
6	0,750	83,50	3699676	3699676,012	41	0,469
7	0,800	89,07	3251668	3251668,370	36	0,607
8	0,850	94,63	2880371	2880370,597	32	0,774
9	0,900	100,20	2569219	2569219,453	28	0,973
10	0,950	105,77	2305892	2305892,251	25	1,208
11	1,000	111,33	2081068	2081067,757	23	1,483
12	1,050	116,90	1887590	1887589,802	21	1,802
13	1,100	122,47	1719891	1719890,708	19	2,171
14	1,150	128,03	1573586	1573586,205	17	2,594
15	1,200	133,60	1445186	1445185,942	16	3,075
16	1,250	139,17	1331883	1331883,364	15	3,620
17	1,300	144,73	1231401	1231401,039	14	4,235
18	1,350	150,30	1141875	1141875,312	13	4,925
19	1,400	155,87	1061769	1061769,264	12	5,697
20	1,450	161,43	989806,3	989806,305	11	6,555

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,4$  dan  $L_{\min} = 103,61$  m untuk mode 2.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	51,80	9612040	9612040,236	106	0,093
2	0,550	56,98	7943835	7943834,906	88	0,136
3	0,600	62,16	6675028	6675027,941	74	0,192
4	0,650	67,34	5687598	5687597,773	63	0,265
5	0,700	72,52	4904102	4904102,161	54	0,356
6	0,750	77,70	4272018	4272017,883	47	0,469
7	0,800	82,89	3754703	3754703,217	41	0,607
8	0,850	88,07	3325965	3325965,479	37	0,774
9	0,900	93,25	2966679	2966679,085	33	0,973
10	0,950	98,43	2662615	2662615,024	29	1,208
11	1,000	103,61	2403010	2403010,059	27	1,483
12	1,050	108,79	2179601	2179600,960	24	1,802
13	1,100	113,97	1985959	1985958,726	22	2,171
14	1,150	119,15	1817021	1817020,838	20	2,594
15	1,200	124,33	1668757	1668756,985	18	3,075
16	1,250	129,51	1537926	1537926,438	17	3,620
17	1,300	134,69	1421899	1421899,443	16	4,235
18	1,350	139,87	1318524	1318524,038	15	4,925
19	1,400	145,05	1226026	1226025,540	14	5,697
20	1,450	150,23	1142930	1142929,873	13	6,555

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,5$  dan  $L_{\min} = 97,98$  m untuk mode 2.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	48,99	10746588	10746587,685	119	0,093
2	0,550	53,89	8881477	8881477,425	98	0,136
3	0,600	58,79	7462908	7462908,114	82	0,192
4	0,650	63,69	6358928	6358927,624	70	0,265
5	0,700	68,59	5482953	5482952,900	61	0,356
6	0,750	73,49	4776261	4776261,193	53	0,469
7	0,800	78,39	4197886	4197885,814	46	0,607
8	0,850	83,29	3718542	3718542,451	41	0,774
9	0,900	88,19	3316848	3316848,051	37	0,973
10	0,950	93,09	2976894	2976894,095	33	1,208
11	1,000	97,98	2686647	2686646,921	30	1,483
12	1,050	102,88	2436868	2436867,956	27	1,802
13	1,100	107,78	2220369	2220369,356	25	2,171
14	1,150	112,68	2031491	2031491,056	22	2,594
15	1,200	117,58	1865727	1865727,029	21	3,075
16	1,250	122,48	1719454	1719454,030	19	3,620
17	1,300	127,38	1589732	1589731,906	18	4,235
18	1,350	132,28	1474155	1474154,689	16	4,925
19	1,400	137,18	1370738	1370738,225	15	5,697
20	1,450	142,08	1277834	1277834,445	14	6,555

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,6$  dan  $L_{\min} = 93,62$  m untuk mode 2.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	46,81	11772297	11772296,982	130	0,093
2	0,550	51,49	9729171	9729171,060	108	0,136
3	0,600	56,17	8175206	8175206,238	90	0,192
4	0,650	60,85	6965856	6965856,203	77	0,265
5	0,700	65,53	6006274	6006273,971	66	0,356
6	0,750	70,21	5232132	5232131,992	58	0,469
7	0,800	74,90	4598554	4598553,509	51	0,607
8	0,850	79,58	4073459	4073459,163	45	0,774
9	0,900	84,26	3633425	3633424,995	40	0,973
10	0,950	88,94	3261024	3261024,095	36	1,208
11	1,000	93,62	2943074	2943074,246	33	1,483
12	1,050	98,30	2669455	2669455,098	29	1,802
13	1,100	102,98	2432293	2432292,765	27	2,171
14	1,150	107,66	2225387	2225386,953	25	2,594
15	1,200	112,34	2043802	2043801,559	23	3,075
16	1,250	117,02	1883568	1883567,517	21	3,620
17	1,300	121,70	1741464	1741464,051	19	4,235
18	1,350	126,39	1614856	1614855,553	18	4,925
19	1,400	131,07	1501568	1501568,493	17	5,697
20	1,450	135,75	1399798	1399797,501	15	6,555



Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,7$  dan  $L_{\min} = 90,08$  m untuk mode 2.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	45,04	12715534	12715534,028	141	0,093
2	0,550	49,54	10508706	10508705,808	116	0,136
3	0,600	54,05	8830232	8830231,964	98	0,192
4	0,650	58,55	7523985	7523984,632	83	0,265
5	0,700	63,06	6487517	6487517,361	72	0,356
6	0,750	67,56	5651348	5651348,457	62	0,469
7	0,800	72,06	4967005	4967005,480	55	0,607
8	0,850	76,57	4399839	4399838,764	49	0,774
9	0,900	81,07	3924548	3924547,539	43	0,973
10	0,950	85,58	3522309	3522308,595	39	1,208
11	1,000	90,08	3178884	3178883,507	35	1,483
12	1,050	94,58	2883341	2883341,049	32	1,802
13	1,100	99,09	2627176	2627176,452	29	2,171
14	1,150	103,59	2403693	2403692,633	27	2,594
15	1,200	108,10	2207558	2207557,991	24	3,075
16	1,250	112,60	2034485	2034485,444	22	3,620
17	1,300	117,10	1880996	1880996,158	21	4,235
18	1,350	121,61	1744243	1744243,351	19	4,925
19	1,400	126,11	1621879	1621879,340	18	5,697
20	1,450	130,62	1511954	1511954,106	17	6,555

#### 4. MODE 3

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,3$  dan  $L_{\min} = 111,33$  m untuk mode 3.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	55,67	7181764	7181763,818	79	0,173
2	0,550	61,23	5935342	5935341,999	66	0,253
3	0,600	66,80	4987336	4987335,985	55	0,359
4	0,650	72,37	4249564	4249564,390	47	0,494
5	0,700	77,93	3664165	3664165,213	40	0,664
6	0,750	83,50	3191895	3191895,030	35	0,875
7	0,800	89,07	2805376	2805376,492	31	1,133
8	0,850	94,63	2485039	2485039,383	27	1,444
9	0,900	100,20	2216594	2216593,771	24	1,815
10	0,950	105,77	1989408	1989408,260	22	2,253
11	1,000	111,33	1795441	1795440,955	20	2,766
12	1,050	116,90	1628518	1628517,873	18	3,362
13	1,100	122,47	1483835	1483835,500	16	4,050
14	1,150	128,03	1357611	1357611,308	15	4,838
15	1,200	133,60	1246834	1246833,996	14	5,736
16	1,250	139,17	1149082	1149082,211	13	6,754
17	1,300	144,73	1062391	1062391,097	12	7,901
18	1,350	150,30	985152,8	985152,787	11	9,188
19	1,400	155,87	916041,3	916041,303	10	10,627
20	1,450	161,43	853955,3	853955,270	9	12,228

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,4$  dan  $L_{\min} = 103,61$  m untuk mode 3.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	51,80	8292787	8292786,548	92	0,173
2	0,550	56,98	6853543	6853542,601	76	0,253
3	0,600	62,16	5758880	5758879,547	64	0,359
4	0,650	67,34	4906974	4906974,288	54	0,494
5	0,700	72,52	4231014	4231013,545	47	0,664
6	0,750	77,70	3685683	3685682,910	41	0,875
7	0,800	82,89	3239370	3239369,745	36	1,133
8	0,850	88,07	2869476	2869476,314	32	1,444
9	0,900	93,25	2559502	2559502,021	28	1,815
10	0,950	98,43	2297171	2297170,789	25	2,253
11	1,000	103,61	2073197	2073196,637	23	2,766
12	1,050	108,79	1880450	1880450,464	21	3,362
13	1,100	113,97	1713386	1713385,650	19	4,050
14	1,150	119,15	1567635	1567634,508	17	4,838
15	1,200	124,33	1439720	1439719,887	16	5,736
16	1,250	129,51	1326846	1326845,848	15	6,754
17	1,300	134,69	1226744	1226743,572	14	7,901
18	1,350	139,87	1137556	1137556,454	13	9,188
19	1,400	145,05	1057753	1057753,386	12	10,627
20	1,450	150,23	986062,6	986062,610	11	12,228

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,5$  dan  $L_{\min} = 97,98$  m untuk mode 3.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	X	xL (m)				
1	0,500	48,99	9271617	9271617,222	102	0,173
2	0,550	53,89	7662494	7662493,572	85	0,253
3	0,600	58,79	6438623	6438623,071	71	0,359
4	0,650	63,69	5486164	5486164,036	61	0,494
5	0,700	68,59	4730417	4730416,950	52	0,664
6	0,750	73,49	4120719	4120718,765	46	0,875
7	0,800	78,39	3621725	3621725,477	40	1,133
8	0,850	83,29	3208172	3208172,049	35	1,444
9	0,900	88,19	2861610	2861610,254	32	1,815
10	0,950	93,09	2568315	2568315,020	28	2,253
11	1,000	97,98	2317904	2317904,305	26	2,766
12	1,050	102,88	2102408	2102407,533	23	3,362
13	1,100	107,78	1915623	1915623,393	21	4,050
14	1,150	112,68	1752669	1752668,662	19	4,838
15	1,200	117,58	1609656	1609655,768	18	5,736
16	1,250	122,48	1483459	1483458,755	16	6,754
17	1,300	127,38	1371541	1371541,009	15	7,901
18	1,350	132,28	1271827	1271826,779	14	9,188
19	1,400	137,18	1182604	1182604,237	13	10,627
20	1,450	142,08	1102452	1102451,513	12	12,228

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,6$  dan  $L_{\min} = 93,62$  m untuk mode 3.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	46,81	10156548	10156547,794	112	0,173
2	0,550	51,49	8393841	8393841,152	93	0,253
3	0,600	56,17	7053158	7053158,190	78	0,359
4	0,650	60,85	6009792	6009791,594	66	0,494
5	0,700	65,53	5181912	5181912,140	57	0,664
6	0,750	70,21	4514021	4514021,242	50	0,875
7	0,800	74,90	3967401	3967401,482	44	1,133
8	0,850	79,58	3514376	3514376,399	39	1,444
9	0,900	84,26	3134737	3134736,973	35	1,815
10	0,950	88,94	2813448	2813448,142	31	2,253
11	1,000	93,62	2539137	2539136,948	28	2,766
12	1,050	98,30	2303072	2303072,062	25	3,362
13	1,100	102,98	2098460	2098460,288	23	4,050
14	1,150	107,66	1919952	1919952,324	21	4,838
15	1,200	112,34	1763290	1763289,548	19	5,736
16	1,250	117,02	1625048	1625047,647	18	6,754
17	1,300	121,70	1502448	1502447,898	17	7,901
18	1,350	126,39	1393216	1393216,433	15	9,188
19	1,400	131,07	1295478	1295478,035	14	10,627
20	1,450	135,75	1207675	1207675,124	13	12,228

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,7$  dan  $L_{\min} = 90,08$  m untuk mode 3.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	45,04	10970325	10970325,440	121	0,173
2	0,550	49,54	9066385	9066384,661	100	0,253
3	0,600	54,05	7618282	7618281,556	84	0,359
4	0,650	58,55	6491317	6491316,829	72	0,494
5	0,700	63,06	5597105	5597104,816	62	0,664
6	0,750	67,56	4875700	4875700,196	54	0,875
7	0,800	72,06	4285283	4285283,375	47	1,133
8	0,850	76,57	3795960	3795960,360	42	1,444
9	0,900	81,07	3385903	3385902,914	37	1,815
10	0,950	85,58	3038871	3038871,313	34	2,253
11	1,000	90,08	2742581	2742581,360	30	2,766
12	1,050	94,58	2487602	2487602,141	27	3,362
13	1,100	99,09	2266596	2266596,165	25	4,050
14	1,150	103,59	2073786	2073785,527	23	4,838
15	1,200	108,10	1904570	1904570,389	21	5,736
16	1,250	112,60	1755252	1755252,070	19	6,754
17	1,300	117,10	1622829	1622829,207	18	7,901
18	1,350	121,61	1504846	1504845,739	17	9,188
19	1,400	126,11	1399276	1399276,204	15	10,627
20	1,450	130,62	1304438	1304438,221	14	12,228

## 5. MODE 4

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,3$  dan  $L_{\min} = 111,33$  m untuk mode 4.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	55,67	5946146	5946146,203	66	0,175
2	0,550	61,23	4914170	4914170,416	54	0,257
3	0,600	66,80	4129268	4129268,197	46	0,364
4	0,650	72,37	3518430	3518429,706	39	0,501
5	0,700	77,93	3033748	3033748,063	34	0,674
6	0,750	83,50	2642732	2642731,646	29	0,888
7	0,800	89,07	2322713	2322713,361	26	1,150
8	0,850	94,63	2057490	2057490,036	23	1,465
9	0,900	100,20	1835230	1835230,310	20	1,841
10	0,950	105,77	1647132	1647131,912	18	2,286
11	1,000	111,33	1486537	1486536,551	16	2,807
12	1,050	116,90	1348332	1348332,472	15	3,411
13	1,100	122,47	1228543	1228542,604	14	4,109
14	1,150	128,03	1124035	1124035,199	12	4,909
15	1,200	133,60	1032317	1032317,049	11	5,820
16	1,250	139,17	951383,4	951383,392	11	6,852
17	1,300	144,73	879607,4	879607,426	10	8,016
18	1,350	150,30	815657,9	815657,915	9	9,322
19	1,400	155,87	758437	758437,016	8	10,782
20	1,450	161,43	707032,8	707032,842	8	12,406

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,4$  dan  $L_{\min} = 103,61$  m untuk mode 4.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	51,80	6866018	6866018,222	76	0,175
2	0,550	56,98	5674395	5674395,225	63	0,257
3	0,600	62,16	4768068	4768068,210	53	0,364
4	0,650	67,34	4062733	4062732,676	45	0,501
5	0,700	72,52	3503071	3503070,521	39	0,674
6	0,750	77,70	3051564	3051563,654	34	0,888
7	0,800	82,89	2682038	2682038,368	30	1,150
8	0,850	88,07	2375785	2375784,852	26	1,465
9	0,900	93,25	2119141	2119141,427	23	1,841
10	0,950	98,43	1901944	1901944,106	21	2,286
11	1,000	103,61	1716505	1716504,555	19	2,807
12	1,050	108,79	1556920	1556920,232	17	3,411
13	1,100	113,97	1418599	1418598,806	16	4,109
14	1,150	119,15	1297924	1297924,050	14	4,909
15	1,200	124,33	1192017	1192017,052	13	5,820
16	1,250	129,51	1098563	1098562,916	12	6,852
17	1,300	134,69	1015683	1015683,169	11	8,016
18	1,350	139,87	941840,6	941840,634	10	9,322
19	1,400	145,05	875767,6	875767,630	10	10,782
20	1,450	150,23	816411,2	816411,204	9	12,406



Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,5$  dan  $L_{\min} = 97,98$  m untuk mode 4.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	48,99	7676442	7676441,740	85	0,175
2	0,550	53,89	6344167	6344166,727	70	0,257
3	0,600	58,79	5330862	5330862,319	59	0,364
4	0,650	63,69	4542273	4542273,219	50	0,501
5	0,700	68,59	3916552	3916551,908	43	0,674
6	0,750	73,49	3411752	3411751,884	38	0,888
7	0,800	78,39	2998610	2998610,055	33	1,150
8	0,850	83,29	2656208	2656208,214	29	1,465
9	0,900	88,19	2369272	2369272,142	26	1,841
10	0,950	93,09	2126438	2126438,155	23	2,286
11	1,000	97,98	1919110	1919110,435	21	2,807
12	1,050	102,88	1740690	1740689,737	19	3,411
13	1,100	107,78	1586042	1586041,682	18	4,109
14	1,150	112,68	1451123	1451123,202	16	4,909
15	1,200	117,58	1332716	1332715,580	15	5,820
16	1,250	122,48	1228231	1228230,678	14	6,852
17	1,300	127,38	1135568	1135568,305	13	8,016
18	1,350	132,28	1053010	1053009,841	12	9,322
19	1,400	137,18	979138	979137,977	11	10,782
20	1,450	142,08	912775,5	912775,474	10	12,406

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,6$  dan  $L_{\min} = 93,62$  m untuk mode 4.

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	46,81	8409121	8409120,604	93	0,175
2	0,550	51,49	6949686	6949686,450	77	0,257
3	0,600	56,17	5839667	5839667,086	65	0,364
4	0,650	60,85	4975811	4975811,008	55	0,501
5	0,700	65,53	4290368	4290367,655	47	0,674
6	0,750	70,21	3737387	3737386,935	41	0,888
7	0,800	74,90	3284813	3284812,736	36	1,150
8	0,850	79,58	2909730	2909730,313	32	1,465
9	0,900	84,26	2595408	2595407,594	29	1,841
10	0,950	88,94	2329396	2329396,289	26	2,286
11	1,000	93,62	2102280	2102280,151	23	2,807
12	1,050	98,30	1906830	1906830,069	21	3,411
13	1,100	102,98	1737422	1737421,612	19	4,109
14	1,150	107,66	1589626	1589625,823	18	4,909
15	1,200	112,34	1459917	1459916,772	16	5,820
16	1,250	117,02	1345459	1345459,297	15	6,852
17	1,300	121,70	1243953	1243952,752	14	8,016
18	1,350	126,39	1153514	1153514,486	13	9,322
19	1,400	131,07	1072592	1072591,914	12	10,782
20	1,450	135,75	999895,4	999895,435	11	12,406

Tabel hasil perhitungan nilai Tekanan ( $P_0$ ), Varian Temperatur (T), dan Amplitudo ( $\hat{y}$ ) pada koefisien friksi  $\phi = 0,7$  dan  $L_{\min} = 90,08$  m untuk mode 4

No	xL (m)		P (Pa)	P <sub>0</sub> (Pa)	T (°C)	$\hat{y}$ (m)
	x	xL (m)				
1	0,500	45,04	9082888	9082888,356	100	0,175
2	0,550	49,54	7506519	7506519,303	83	0,257
3	0,600	54,05	6307561	6307561,359	70	0,364
4	0,650	58,55	5374490	5374490,152	59	0,501
5	0,700	63,06	4634127	4634126,712	51	0,674
6	0,750	67,56	4036839	4036839,269	45	0,888
7	0,800	72,06	3548003	3548003,264	39	1,150
8	0,850	76,57	3142868	3142867,943	35	1,465
9	0,900	81,07	2803361	2803360,604	31	1,841
10	0,950	85,58	2516036	2516035,556	28	2,286
11	1,000	90,08	2270722	2270722,089	25	2,807
12	1,050	94,58	2059612	2059611,872	23	3,411
13	1,100	99,09	1876630	1876629,826	21	4,109
14	1,150	103,59	1716992	1716992,128	19	4,909
15	1,200	108,10	1576890	1576890,340	17	5,820
16	1,250	112,60	1453262	1453262,137	16	6,852
17	1,300	117,10	1343623	1343622,538	15	8,016
18	1,350	121,61	1245938	1245938,046	14	9,322
19	1,400	126,11	1158532	1158531,678	13	10,782
20	1,450	130,62	1080011	1080010,506	12	12,406

## LAMPIRAN C

### HASIL PERHITUNGAN TEGANGAN AXIAL LATERAL BUCKLING MENGUNAKAN DNV RP F110

#### 1. Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,3$ )

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
1	0,500	78,70	241580,072
2	0,550	86,57	199652,952
3	0,600	94,44	167763,939
4	0,650	102,31	142946,788
5	0,700	110,18	123255,139
6	0,750	118,05	107368,921
7	0,800	125,92	94367,216
8	0,850	133,79	83591,721
9	0,900	141,66	74561,751
10	0,950	149,53	66919,688
11	1,000	157,40	60395,018
12	1,050	165,27	54780,062
13	1,100	173,14	49913,238
14	1,150	181,01	45667,310
15	1,200	188,88	41940,985
16	1,250	196,75	38652,812
17	1,300	204,62	35736,697
18	1,350	212,49	33138,556
19	1,400	220,36	30813,785
20	1,450	228,23	28725,336
21	1,500	236,10	26842,230

**2. Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,4$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
1	0,500	73,24	278952,640
2	0,550	80,56	230539,372
3	0,600	87,89	193717,111
4	0,650	95,21	165060,733
5	0,700	102,53	142322,775
6	0,750	109,86	123978,951
7	0,800	117,18	108965,875
8	0,850	124,50	96523,405
9	0,900	131,83	86096,494
10	0,950	139,15	77272,199
11	1,000	146,48	69738,160
12	1,050	153,80	63254,567
13	1,100	161,12	57634,843
14	1,150	168,45	52732,068
15	1,200	175,77	48429,278
16	1,250	183,10	44632,422
17	1,300	190,42	41265,183
18	1,350	197,74	38265,108
19	1,400	205,07	35580,694
20	1,450	212,39	33169,160
21	1,500	219,71	30994,738

**3. Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,5$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
1	0,500	69,26	311878,532
2	0,550	76,19	257750,853
3	0,600	83,12	216582,314

**(LANJUTAN) Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,5$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
4	0,650	90,04	184543,510
5	0,700	96,97	159121,700
6	0,750	103,90	138612,681
7	0,800	110,82	121827,552
8	0,850	117,75	107916,447
9	0,900	124,68	96258,806
10	0,950	131,60	86392,945
11	1,000	138,53	77969,633
12	1,050	145,45	70720,756
13	1,100	152,38	64437,713
14	1,150	159,31	58956,244
15	1,200	166,23	54145,579
16	1,250	173,16	49900,565
17	1,300	180,09	46135,878
18	1,350	187,01	42781,692
19	1,400	193,94	39780,425
20	1,450	200,87	37084,249
21	1,500	207,79	34653,170

**4. Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,6$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
1	0,500	66,18	341645,815
2	0,550	72,80	282351,913
3	0,600	79,41	237254,038
4	0,650	86,03	202157,287
5	0,700	92,65	174309,089
6	0,750	99,27	151842,584

**(LANJUTAN) Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,6$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
7	0,800	105,88	133455,396
8	0,850	112,50	118216,545
9	0,900	119,12	105446,239
10	0,950	125,74	94638,730
11	1,000	132,36	85411,454
12	1,050	138,97	77470,706
13	1,100	145,59	70587,978
14	1,150	152,21	64583,330
15	1,200	158,83	59313,509
16	1,250	165,45	54663,330
17	1,300	172,06	50539,322
18	1,350	178,68	46864,995
19	1,400	185,30	43577,272
20	1,450	191,92	40623,759
21	1,500	198,53	37960,646

**5. Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,7$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
1	0,500	63,68	369019,656
2	0,550	70,04	304974,922
3	0,600	76,41	256263,650
4	0,650	82,78	218354,826
5	0,700	89,15	188275,335
6	0,750	95,51	164008,736
7	0,800	101,88	144148,303
8	0,850	108,25	127688,462
9	0,900	114,62	113894,956

**(LANJUTAN) Pada koefisien friksi ( $\phi = 0,7$ )**

No	X*L (m)		Tegangan axial $S_{\infty}$ (Pa)
	X	XL (m)	
10	0,950	120,98	102221,511
11	1,000	127,35	92254,914
12	1,050	133,72	83677,927
13	1,100	140,09	76243,731
14	1,150	146,46	69757,969
15	1,200	152,82	64065,912
16	1,250	159,19	59043,145
17	1,300	165,56	54588,707
18	1,350	171,93	50619,980
19	1,400	178,29	47068,834
20	1,450	184,66	43878,675
21	1,500	191,03	41002,184



## BIODATA PENULIS



Muhammad Makki Romadhoni. Lahir di Lumajang pada tanggal 14 Maret 1993. Merupakan anak ke tiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Zainul Djinan (Alm) dan Ibu Masruroh (Alm). Memulai pendidikan formalnya di MI Tarbiyatul Muftadiin Labruk Lor pada tahun 1999-2005, kemudian melanjutkan pendidikan di SMPN 1 Sukodono Lumajang pada tahun 2005-2008, SMAN 2 Lumajang pada tahun 2008-2010, dan melanjutkan ke jenjang S1 di Jurusan Teknik Kelautan, Fakultas Teknologi Kelautan, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya setelah dinyatakan lulus melalui jalur Penelusuran Minat dan Kemampuan (PMDK) Reguler pada tahun 2010 dan mengambil bidang Rekayasa Pantai mengenai zonasi wilayah pesisir serta Perencanaan serta Produksi mengenai pipa bawah laut. Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam berbagai organisasi baik internal maupun eksternal kampus. Organisasi internal kampus yang pernah diikuti penulis diantaranya staff Ristek HIMATEKLA 2011-2012, UKM Paduan Suara 2011-2014, Ketua Umum LDJ Bahrul Ilmi Teknik Kelautan 2012-2013, UKM Cinta Rebana 2013-2016. Penulis juga pernah aktif sebagai Pemandu FTK 2012-2013. Organisasi eksternal kampus yang pernah diikuti penulis diantaranya Staff Kewirausahaan BEM ETOS Surabaya 2011-2012, Kadiv Ta'lim KAMMI 1011 2012-2013, Heavenly Healing Team (HHT) divisi Whirling Darvishes 2013-sekarang, serta aktif dalam pengabdian masyarakat Sekolah Desa Produktif (SDP) Beastudi ETOS Surabaya 2011-2013. Penulis juga mempunyai pengalaman kerja praktik di Direktorat Tata Ruang Laut, Pesisir dan Pulau-Pulau Kecil, Dirjen KP3K, Kementerian Kelautan dan Perikanan RI, Jakarta.

Muhammad Makki Romadhoni

Jurusan Teknik Kelautan, FTK, ITS

Phone: +6285649340189

muhammadmakkiromadhoni@gmail.com